

**METODY
EKONOMETRYCZNE,
STATYSTYCZNE
I MATEMATYCZNE
W MODELOWANIU ZJAWISK
SPOŁECZNYCH**

TOM I

**METODY PROBABILISTYCZNE
W ZASTOSOWANIACH
EKONOMICZNYCH**

Monografia dedykowana
prof. dr hab. Marii Podgórskiej

**METODY
EKONOMETRYCZNE,
STATYSTYCZNE
I MATEMATYCZNE
W MODELOWANIU ZJAWISK
SPOŁECZNYCH**

TOM I

**METODY PROBABILISTYCZNE
W ZASTOSOWANIACH
EKONOMICZNYCH**

Monografia dedykowana
prof. dr hab. Marii Podgórskiej

Redakcja naukowa Marek Męczarski

SGH Oficyna
Wydawnicza

WARSZAWA 2020



**Projekt sponsorowany
przez Ubezpieczeniowy Fundusz Gwarancyjny**

Recenzje

Łukasz Goczek

Marcin Łupiński

Redakcja językowa

Monika Baranowska

© Copyright by Szkoła Główna Handlowa w Warszawie, Warszawa 2020
Wszelkie prawa zastrzeżone. Kopiowanie, przedrukowywanie i rozpowszechnianie całości
lub fragmentów niniejszej publikacji bez zgody wydawcy zabronione.

Wydanie I

ISBN 978-83-8030-365-2

Oficyna Wydawnicza SGH – Szkoła Główna Handlowa w Warszawie
02-554 Warszawa, al. Niepodległości 162
www.wydawnictwo.sgh.waw.pl
e-mail: wydawnictwo@sgh.waw.pl

Projekt i wykonanie okładki

Ad Depositum

Skład i łamanie

DM Quadro

Druk i oprawa

QUICK-DRUK s.c.

Zamówienie 42/V/20



prof. dr hab. Maria Podgórska

SŁOWO WSTĘPNE OD REDAKTORA

Z przyjemnością oddajemy w ręce Czytelników monograficzny tom wydany z okazji jubileuszu profesor Marii Podgórskiej. Po gorącym wprowadzeniu Bartosza Witkowskiego naukową biografię i działalność Marii Podgórskiej przedstawia Elżbieta Adamowicz. Jej laudację uzupełniamy bibliografią ważniejszych prac naukowych profesor Marii Podgórskiej oraz charakterystyką rozwoju kadr naukowych w Instytucie Ekonometrii w okresie pełnienia przez nią funkcji dyrektora.

W zasadniczej części tomu w jedenastu rozdziałach przedstawiamy rozmaite zagadnienia związanych z zainteresowaniami naukowymi Marii Podgórskiej. W pierwszym z nich pt. *Wkład Szkoły Głównej Handlowej w Warszawie w rozwój nauk aktuarialnych w Polsce* Wojciech Bijak prezentuje dzieje matematyki aktuarialnej w SGH (SGPiS) jako uprawianej specjalności naukowej i dydaktycznej. W dwóch kolejnych autorzy, Walenty Ostasiewicz (*Aberracje wolnorynkowe ubezpieczeń*) i Tomasz Michalski (*Paradygmat finansów na przełomie XX i XXI wieku. Zmiana czy modyfikacja?*), dzielą się refleksjami na temat filozoficzno-etycznych problemów akademickiej teorii i rynkowej praktyki finansów i ubezpieczeń. Następne trzy rozdziały dotyczą szczegółowych zagadnień matematyki aktuarialnej. Norbert Paska w tekście *Porównanie efektu losowego czasu oraz agenta w analizie częstości szkód Autocasco* stosuje uogólnione

modele liniowe do tytułowego problemu. Marek Męczarski (*On estimation of the adjustment coefficient*) dokonuje krytycznego przeglądu metod estymacji współczynnika dopasowania, odgrywającego kluczową rolę w oszacowaniu prawdopodobieństwa ruiny. Marcin Szatkowski w rozdziale pt. *Additional aspects of one-year premium risk and emergence pattern of ultimate loss based on conditional distribution* zajmuje się relacją między składką jednoroczną a całkowitą na podstawie probabilistycznej analizy jednorocznej i całkowitej sumy szkód. W następnych dwóch rozdziałach znajdujemy przykłady modeli Markowa zastosowanych do analizowania zjawisk ekonomicznych. Józef Stawicki przedstawia studium nastawienia klienta do marki zatytułowane *Badanie lojalności klientów względem marki z wykorzystaniem Markov Set-Chains* z podstawowym narzędziem w postaci uogólnionych łańcuchów Markowa. Michał Bernardelli jako autor tekstu pt. *Economic climate HMM-based indicator as a tool for the business cycle turning points signaling* podejmuje fundamentalny dla badań koniunktury gospodarczej problem identyfikacji punktów zwrotnych cyklu koniunkturalnego za pomocą ukrytych modeli Markowa. Temat badań koniunktury kontynuują w kolejnym rozdziale *Zastosowanie danych z badań koniunktury IRG SGH w modelowaniu luki produktowej* Ewa Ratuszny i Konrad Walczyk. Wyniki badań dotyczą tu szacowania różnicy między potencjalnym a rzeczywistym produktem krajowym brutto na podstawie danych z badań koniunktury w Instytucie Rozwoju Gospodarczego SGH. Dwa końcowe rozdziały monografii poświęcone są analizom społeczno-ekonomicznym opartym na nieco prostszych wskaźnikach. Ewa Witkowska i Bartosz Witkowski (*Młodzi profesjonaliści czy doświadczeni eksperci? Kluczowi dla wzrostu gospodarczego wyspecjalizowani uczestnicy rynku pracy*) badają związek między jakością kształcenia a rozwojem gospodarczym, biorąc pod uwagę wyniki testów PISA, za pomocą liniowych modeli ekonometrycznych. W ostatnim rozdziale pt. *Analiza rozwoju regionalnego Polski w latach 2005–2017. Konwergencja czy dywergencja?* Izabella Kudrycka proponuje konstrukcję pewnej miary podobieństwa i przedstawia analizę różnic w rozwoju społeczno-gospodarczym między polskimi województwami w aspekcie absorpcji funduszy Unii Europejskiej.

Zatem problemy matematyki aktuarialnej i finansowej, modele Markowa, badania koniunktury gospodarczej i inne metody probabilistyczne stosowane do szczegółowych zagadnień społeczno-ekonomicznych, nie bez ogólnej refleksji – to wszystko nie stanowi wyczerpującego opisu zainteresowań naukowych i okołonaukowych profesor Marii Podgórskiej, ale mamy nadzieję, że jest w stanie całkiem dobrze je przybliżyć.

O PANI PROFESOR

Dwadzieścia dwa lata – dokładnie tyle czasu znam panią profesor Marię Podgóorską. Zwykle po takim początku następuje opowieść o wzlotach i upadkach, o lepszych i gorszych momentach, o wadach i zaletach, bo tak to już przecież jest z relacją, która trwa tak długo, że aż chwilę musiałem się zastanowić, kiedy właściwie się zaczęła. Tylko że tym razem to całkiem inna opowieść – o wzlotach bez upadków, bo też i jej Bohaterka jest osobą całkowicie niezwykłą.

Spotkaliśmy się, kiedy jako student drugiego roku po raz pierwszy zetknąłem się z ekonometrią, a niedługo później z matematyką finansową i pierwszymi modelami probabilistycznymi. Powoli z mody wychodziły wykłady pisane kredą na tablicy, co bardziej nowocześni używali folii i rzutnika. Jej wykłady to jednak od zawsze była stara, dobra szkoła solidnego mówienia i pisania dokładnie tego, co potrzeba, dokładnie tak, jak potrzeba. Złośliwi powiedzieliby, że to była taka nauka rzemiosła – dziś nierzadko krytykowana za niepostępowość. Ale tak przecież właśnie jest z metodami ilościowymi w ekonomii z poziomu początkującego adepta: bez tego rzemiosła, żmudnych podstaw, wyprowadzeń, zrozumienia kwestii fundamentalnych i opanowania techniki niewiele da się później zbudować. I pewnie dlatego sala na Jej zajęciach nigdy nie świeciła pustkami, a chętnych, by uczyć się od profesor Podgórskiej, nigdy nie brakowało, choć pewnie można było zapisać się na zajęcia gdzieś, gdzie było

łatwiej zaliczyć. Mimo iż jeszcze wtedy studentów na „Metodach Ilościowych i Systemach Informacyjnych” było niewielu, na Jej zajęcia nie każdy mógł się dostać, a ci, którym udało się uzyskać odpowiednią średnią, by trafić do grup Pani Profesor, nie byli zbiorowością przypadkową.

Jako promotora pracy magisterskiej, a później doktorskiej wspominam Ją jako solidną do bólu, skrupulatną i zadającą miliony pytań. Co gorsza, oczekującą odpowiedzi na te pytania... Prace, jakie powstawały pod Jej kierunkiem – czy to magisterskie, czy doktorskie, były więc pracami kompletnymi. Przemyślanymi, mającymi swoją logikę i ciąg z niepowtarzalnym rysem promotora. Trochę irytowała nas wtedy niepisana umowa obowiązująca w Jej Zakładzie: do momentu uzyskania doktoratu nie pracujemy poza uczelnią na etat, od czego jedynym odstępstwem było prowadzenie pojedynczych zajęć albo dorywcze ekspertyzy czy szkolenia. Z dzisiejszej perspektywy widzę stojącą za tym mądrość – nie wiem, czy gdyby nie to ograniczenie, znalazłbym czas na dokończenie pracy doktorskiej. To z jednej strony był przejaw dbałości o nasze kariery naukowe, ale z drugiej zobowiązanie także dla Pani Profesor, która nie wiem, w jaki sposób, ale zawsze miała czas, żeby te kolejne wersje prac czytać i nanosić setki poprawek. A jednocześnie zawsze miała też czas, żeby zapytać o nasze żony i dzieci albo opowiedzieć o swoich synach i, rzecz jasna, o psie. Albo śmiejąc się z tego, opowiadała o tym, jak studenci zrobili jej numer na wykładzie i wpisali kiedyś na listę obecności Bogusława Lindę, a przecież widziała, że nie było go na sali, a kiedy im o tym powiedziała, to następnym razem dołączyli do listy zwolnienie lekarskie Lindy. Swoją drogą, po latach przyznałem się, że Lindę wpisałem na listę ja osobiście, a zwolnienie wypisał mój kolega, zresztą dziś już profesor.

Od samego początku mojej pracy na Uczelni pamiętam Ją powtarzającą jak mantrę jedną sekwencję: to wy jesteście przyszłością uczelni, to wy będziecie musieli ją przejąć i troszczyć się o jej rozwój. I to nigdy nie były puste słowa. Bardzo konsekwentnie przygotowywała kolejne kroki, dbając o nas i o to, żebyśmy byli gotowi na zmiany i na stopniowe przejmowanie kolejnych zadań i struktur. Nigdy nie zawłaszczała sterów – przeciwnie, kiedy tylko uważała, że my, pokolenie dzisiejszych czterdziestolatków, jesteśmy gotowi, żeby przejąć

odpowiedzialność, robiła wszystko, aby tak się właśnie stało. Nikt pewnie nie prowadzi takich statystyk, ale jestem pewien, że średnia wieku kierowników Zakładów w Instytucie należy do najniższych w kraju, co jest całkowicie świadomym efektem działań Pani Profesor, a przecież już dobrych kilka lat minęło od momentu, kiedy z Jej inicjatywy stopniowo to akademicka młodzież przejmowała kolejne jednostki.

Nie wiem, czy istnieje ktoś, kto by Pani Profesor nie lubił, bo trudno nie lubić kogoś, kto ciężko pracuje, ma efekty tej pracy, a przy tym pamięta nie tylko o naszych publikacjach, seminariach czy zebraniach, ale przede wszystkim o naszych potrzebach – tych na uczelni i tych poza nią. O tym, że ktoś niedługo będzie wszczynał procedurę habilitacyjną, zatem trzeba go wysyłać na konferencje zagraniczne, bo w tym elemencie dorobku jeszcze czegoś brakuje. O tym, że za rok ktoś odchodzi na emeryturę, więc jeśli teraz nie zadbamy o nagrodę za całokształt dorobku, to w przyszłości już jej nie dostanie. Czy wreszcie o tym, że warto by wystąpić o podwyżkę, bo czyjaś pensja jest znacznie poniżej standardu. Mam jednak poczucie, że od zawsze wiąże mnie z Panią Profesor bardzo specjalny rodzaj relacji – takiej, którą pewnie każdy chciałby mieć ze swoim wykładowcą, promotorem, a potem szefem. Relacji, w której mówimy sobie, co myślimy, przywozimy sobie czasem drobne prezenty, mamy dla siebie czas, którego ogólnie zawsze jest za mało, ale jakoś udaje się go znaleźć na tyle, żeby chwilę porozmawiać o czymś ważnym lub przeciwnie, całkiem nieważnym.

Bo taka jest właśnie Maria Podgórska.

PROFESOR MARIA PODGÓRSKA

Świętowanie jubileuszu siedemdziesięciolecia profesor Marii Podgórskiej jest dobrą okazją do przypomnienia Jej wkładu w rozwój nauki, ale także macierzystej Alma Mater oraz najbliższego Jej środowiska naukowego – Instytutu Ekonometrii. Bezpośrednio po ukończeniu studiów na kierunku Ekonometria Wydziału Finansów i Statystyki w 1972 roku Maria Podgórska rozpoczęła studia doktoranckie. Od ukończenia studiów doktoranckich w karierze naukowej Jubilatki rozpoczyna się okres pracy w Instytucie Ekonometrii, który trwa do dziś.

Studia doktoranckie wówczas miały charakter międzywydziałowy, co pozwalało na wzajemne poznawanie się i integrację zarówno międzywydziałową, jak i interdyscyplinarną środowiska młodych adeptów nauki. Od tego czasu datuje się nasza znajomość, która z czasem przekształciła się w głęboką przyjaźń. Z grona ówczesnych doktorantów pochodzi wiele osób zaangażowanych w reformę Uczelni w latach 90. ubiegłego wieku, piastujących najwyższe godności akademickie w zreformowanej SGH. Należy do nich także Jubilatka.

Jako doktorantka Maria Podgórska uczestniczyła w seminarium doktorskim, prowadzonym przez profesor Irę Koźniewską. Wspólnie z koleżankami ze studiów, Janiną Józwiak i Ireną E. Kotowską, zgłębiały tajemnice modeli Markowa. Tej problematyce była poświęcona praca doktorska profesor Marii Podgórskiej pt. *Uogólnienie i optymalizacja modelu odnowy zbiorowości środków*

trwałych, którą obroniła w 1976 roku. Promotorem rozprawy była profesor Ira Koźniewska. Problematyce tej Jubilatka poświęciła wiele uwagi także w dalszej pracy naukowej. Do najważniejszych osiągnięć Jubilatki w tej dziedzinie należy zaliczyć przede wszystkim monografię, przygotowaną wspólnie z profesorem Koźniewską, pt. *Modele odnowy, niezawodności i masowej obsługi* wydaną przez PWN w 1978 roku oraz pracę habilitacyjną *Odnowa obiektów technicznych – modele i prognozy*, na podstawie której w 1991 roku uzyskała stopień doktora habilitowanego. W 1980 roku ukazała się monografia *Prognozowanie struktury za pomocą łańcuchów Markowa*, przygotowana pod kierunkiem profesor Koźniewskiej, stanowiąca podsumowanie badań teoretycznych, prowadzonych przez zespół, w skład którego poza Jubilatką wchodził m.in. M. Gruszczyński, J. Józwiak, I.E. Kotowska, I. Koźniewska, M. Nykowska, K. Strugała, M. Witkowski. Tematyka ta jest także poruszana w kolejnej monografii, *Problemy reprodukcji środków trwałych w gospodarce*, przygotowanej wspólnie z I. Kudrycką, wydanej w 1992 roku. Tę pracę, pokazującą w części empirycznej stopień dekapitalizacji polskiej gospodarki na progu zmian ustrojowych, Jubilatka uważa za ważne podsumowanie tego etapu swojej pracy badawczej. Należy podkreślić, iż do problematyki modeli Markowa profesor Maria Podgórska wracała wielokrotnie w różnych okresach, znajdując dla tej szybko rozwijającej się teorii nowe zastosowania.

Cechą charakterystyczną działalności badawczej Jubilatki, która stała się szczególnie widoczna w okresie kierowania Instytutem Ekonometrii, jest podejmowanie nowych wyzwań i praca zespołowa. W latach 90. ubiegłego wieku dominujący obszar prac badawczych profesor Marii Podgórskiej stanowiła szeroko rozumiana matematyka finansowa. Była jedną z inicjatorek rozwoju tych badań w Polsce. Z podróży zagranicznych przywoziła literaturę, inspirując do studiowania tej problematyki grono współpracowników. Kluczową publikacją z zakresu tej tematyki był wydany w 1994 roku podręcznik *Matematyka finansowa*, przygotowany wspólnie z W. Bijakiem i J. Utkin. Był to pierwszy polski podręcznik akademicki z tej dziedziny, dopełniony w 1997 roku zbiorem zadań *Matematyka finansowa. Przykłady, zadania, testy, rozwiązania*, przygotowanym przez profesor Marię Podgórską wraz z zespołem najlepszych Jej

studentek i studentów: Jakubem Borowskim, Robertem Golańskim, Krzysztofem Kasprzykiem i Luizą Melon. Cieszący się dużą popularnością podręcznik do matematyki finansowej uzyskał w roku 2005 zmodyfikowaną wersję, przygotowaną wspólnie z J. Klimkowską. *Matematyka finansowa* wydana przez Wydawnictwo Naukowe PWN w 2005 roku doczekała się w kolejnych latach następnych wydań i do dziś jest wykorzystywana w całej Polsce.

W tym samym okresie profesor Maria Podgórska zainteresowała się zagadnieniami matematyki ubezpieczeniowej i aktuarialnymi. Szczególnie bliska Jubilatce i pracującemu z Nią zespołowi była problematyka modelowania i analizy ubezpieczeń komunikacyjnych. Wyniki prac zespołowych zostały opublikowane w 2006 roku w monografii *System bonus-malus sprawiedliwy w sensie przejść między klasami*. Ta problematyka była również omawiana w serii artykułów opublikowanych w „Roczniku Kolegium Analiz Ekonomicznych” z roku 2008. Z zakresu tej problematyki pod kierunkiem profesor Marii Podgórskiej przygotowano i obroniono także sześć doktoratów. Ich autorami są: Marcin Topolewski, Piotr Śliwka, Barbara Kryszew, Małgorzata Niemiec, Bartosz Witkowski i Barbara Cieślik. W cyklicznie organizowanej ogólnopolskiej konferencji naukowej: *Zagadnienia aktuarialne – teoria i praktyka* aktywnie uczestniczą wychowankowie Pani Profesor, z których część uzyskała już status samodzielnych badaczy, Jej doktoranci i studenci.

Profesor Maria Podgórska dużą wagę przywiązywała i przywiązuje do prezentowania wyników prowadzonych badań, zachęcając współpracowników do wystąpień na konferencjach, zarówno krajowych, jak i zagranicznych, podejmowania dyskusji w środowiskach interdyscyplinarnych, aktywności publikacyjnej, także o charakterze popularyzatorskim. Ta aktywność spowodowała, iż kierowany przez nią Instytut stał się rozpoznawalną marką w kraju i za granicą.

Osobny rozdział w działalności naukowo-badawczej profesor Marii Podgórskiej stanowi udział w badaniach koniunktury gospodarczej metodą testu. W ramach tego projektu spotkałyśmy się na początku lat 90., zaproszone przez ówczesnego dyrektora Instytutu Rozwoju Gospodarczego, profesora E. Gorzelaka, do opracowania badania koniunktury w budownictwie. Przygotowany przez nas projekt rozpoczął się w roku 1993 i trwa do dzisiaj. Prowadzenie

badzeń empirycznych na dużych próbach badawczych jest zajęciem z jednej strony bardzo inspirującym, pozwala bowiem na bieżąco obserwować dynamikę aktywności gospodarczej, zwiększając naszą wiedzę o świecie realnym, z drugiej zaś wyjątkowo absorbującym, wymagającym regularności i dyscypliny badawczej, narzucanej przez zespołowy charakter badań i zharmonizowaną w skali międzynarodowej metodologię badania. Moje zaangażowanie w badania koniunktury w budownictwie zakończyło się w roku 1997, ale współpraca z profesor Marią Podgóorską w obszarze badań koniunktury trwa do dziś. Dzięki tej współpracy możliwe było powiększenie zespołu badawczego o przedstawicieli różnych dyscyplin naukowych, zapraszanie do udziału w badaniach studentów i świeżo upieczonych absolwentów. Pozwoliło to na wzbogacenie metod i narzędzi badawczych, umożliwiającą rozszerzenie obszaru analiz, a tym samym zwiększenie użyteczności danych, gromadzonych w badaniach koniunktury. Dane te są obecnie wykorzystywane zarówno w dydaktyce, jak i pracy badawczej. W KAE powstało wiele prac, w tym doktorskich i habilitacyjnych, które budowały pozycję naukową młodych badaczy od magistra do profesora. Wyniki prowadzonych badań były prezentowane na licznych konferencjach krajowych i międzynarodowych. Przez wiele lat należeliśmy do najliczniejszej i najmłodszej grupy badaczy koniunktury, aktywnie uczestnicząc w konferencjach CIRET, organizacji skupiającej główne ośrodki badania koniunktury na świecie.

Profesor Maria Podgórska była aktywnym członkiem grupy pasjonatów, reformujących uczelnię w latach 90. ubiegłego wieku. W pracach organizacyjnych na rzecz uczelni wyróżniają się zwłaszcza: kierowanie pierwszym Studium Podstawowym oraz Instytutem Ekonometrii. Pierwszy Rektor zreformowanej SGH, profesor Aleksander Müller w roku 1992 rekomendował profesor Marię Podgóorską na dziekana właśnie tworzonego Studium Podstawowego, jednostki nieistniejącej w dotychczasowych strukturach uczelni. Funkcję dziekana Profesor pełniła w latach 1992–1993. Obejmując tę funkcję, tworzyła podstawy działalności jednostki, która nie istniała w dotychczasowych strukturach uczelni. Wykorzystując doświadczenia uczelni zagranicznych, zwłaszcza z Kanady i USA oraz korzystając ze wsparcia Społecznej Komisji ds. reformy

SGPiS, stworzyła od podstaw znakomicie funkcjonującą jednostkę. Miała także udział w reformie programów nauczania, w tym stworzeniu kanonu przedmiotów obowiązkowych dla wszystkich studentów, rozpoczynających studia na uczelni, spopularyzowanym pod nazwą *basicu*. Nawiązane w czasie podróży służbowych kontakty z uniwersytetami kanadyjskimi i amerykańskimi przyczyniły się w znacznym stopniu do umiędzynarodowienia pracy badawczej i dydaktycznej w zreformowanej SGH.

Do kierowania Instytutem Ekonometrii namówił profesor Marię Podgórską w 1993 roku dziekan KAE, profesor Janusz Beksiak. Kolegium Analiz Ekonomicznych, jako jedyne nie powstawało na bazie wcześniejszych wydziałów, lecz w wyniku dobrowolnych wyborów, dokonywanych przez pracowników naukowych uczelni. Wykorzystując te możliwości, w tym pracowników samodzielnych Instytutu Ekonometrii, w tym znaczna część kadry pracowników samodzielnych, nie zdecydowała się na wejście w skład KAE, wybierając inne kolegia. W Instytucie pozostał jeden profesor zwyczajny, Ireneusz Nykowski i niewielka grupka świeżo upieczonych doktorów habilitowanych wraz z zespołem młodszych pracowników naukowo-badawczych i dydaktycznych. To Jej dziekan J. Beksiak powierzył kierowanie jednostką. Profesor Maria Podgórska kierowała Instytutem do roku 2019.

Obejmując stanowisko dyrektora Instytutu, już na samym początku Maria Podgórska napotkała ogromne wyzwania związane zarówno z koniecznością opracowania programów nauczania, dostosowanych do nowych wyzwań zreformowanej uczelni, jak i stworzenia w Instytucie środowiska przyjaznego działalności badawczej i rozwojowi naukowemu pracowników. W obu tych obszarach odniosła sukces. Od lat 90. programy nauczania oferowane przez IE dostosowywane są do najnowszych osiągnięć nauki. Podejmując działania prowadzące do intensyfikacji działalności badawczej, profesor Maria Podgórska zaprosiła do współpracy dwóch wybitnych profesorów, autorytety w swoich dziedzinach, Tadeusza Czechowskiego i Wiesława Sadowskiego. Obydwaj profesorowie w tamtym czasie nie byli już czynnymi nauczycielami akademickimi, ale dzięki ich zaangażowaniu w prace badawcze w Instytucie Ekonometrii powiększono zarówno obszar badań, włączając do niego nowe, pojawiające

się problemy badawcze, jak i aktywność publikacyjną Instytutu, przekładającą się bezpośrednio na przyspieszanie awansów naukowych jego pracowników.

Profesor Maria Podgórska zmieniła także strukturę jednostki, dostosowując ją do ewolucji aktywności badawczej i dydaktycznej Instytutu. W czerwcu 1994 roku utworzono w Instytucie sześć zakładów. Kierowali nimi: dr hab. Marek Rocki – Zakładem Ekonometrii Stosowanej, dr hab. Wanda Marcinkowska-Lewandowska Zakładem Teorii Ekonometrii, dr Marek Męczarski – Zakładem Statystyki Matematycznej, dr hab. Tomasz Szapiro – Zakładem Analizy i Wspomagania Decyzji i dr hab. Honorata Sosnowska – Zakładem Ekonomii Matematycznej. Obecnie instytut należy do największych jednostek naukowo-dydaktycznych uczelni, zatrudnia ponad 40 pracowników, składa się z pięciu zakładów, specjalizujących się w badaniach m.in. z zakresu mikroekonometrii, ekonometrii finansowej, nowoczesnej analizy procesów decyzyjnych, zaawansowanego modelowania w obszarze finansów i ubezpieczeń, nieklasycznych modeli Markowa, statystyki bayesowskiej, metody reprezentacyjnej.

W okresie pełnienia przez profesor Marię Podgórską funkcji dyrektora ponad 20 pracowników instytutu uzyskało stopień doktora habilitowanego, wielu z nich uzyskało także tytuł profesora. Rozwój Instytutu to głównie zasługa profesor Marii Podgórskiej i stosowanych przez nią metod kierowania zespołami badawczymi i dydaktycznymi. Obecnie pracownicy Instytutu są zaliczani do grupy czołowych przedstawicieli swoich dyscyplin w kraju, darzeni są także wysokim uznaniem i prestiżem w międzynarodowym środowisku badawczym.

Jako nauczyciel akademicki profesor Maria Podgórska cieszy się zarówno uznaniem, jak i szacunkiem studentów. Trudno by wymienić wszystkie przedmioty z zakresu metod ilościowych, które wykladała i których powstanie inicjowała. To samo można powiedzieć o ścieżkach studiów i specjalnościach, oferowanych studentom MIESI i innych kierunków, zarówno na studiach jednolitych, jak i w obecnym systemie dwustopniowym. Jako opiekun kierunku MIESI wprowadzała do oferty nowe przedmioty, mające na celu jej aktualizację i zwiększenie atrakcyjności oraz dostosowanie do potrzeb rynku pracy. Jako badacz profesor Maria Podgórska przywiązywała ogromną wagę do

kształcenia i rozwoju młodych kadr naukowych. Wypromowała ośmiu doktorów, towarzyszyła im w uzyskiwaniu kolejnych stopni i tytułów naukowych.

Życie zawodowe Jubilatki cechuje zaangażowanie i odpowiedzialność za podejmowane wyzwania. W każdym obszarze aktywności odznaczała się profesjonalizmem, rzetelnością, bezwzględnym szacunkiem dla prawdy oraz wysoką kulturą osobistą. Jest wymagającym nauczycielem i wychowawcą, ale przede wszystkim wymaga od siebie. Jej znakiem firmowym jest troska o najwyższy poziom podejmowanych zadań. Tym zasłużyła na zaufanie i szacunek otoczenia. Dla wielu wychowanków i współpracowników jest wzorem do naśladowania.

WAŻNIEJSZE PUBLIKACJE PROFESOR MARII PODGÓRSKIEJ

Monografie

Kudrycka I., Podgórska M., *Problemy reprodukcji środków trwałych w gospodarce narodowej*, „Monografie i Opracowania / Szkoła Główna Handlowa” 1992, vol. 366.

Podgórska M., *Odnowa obiektów technicznych: modele i prognozy*, „Monografie i Opracowania / Szkoła Główna Planowania i Statystyki” 1991, vol. 321.

Podgórska M., *Zarys teorii odnowy*, SGPiS, Warszawa 1988.

Koźniewska I., Włodarczyk (Podgórska) M., *Modele odnowy, niezawodności i masowej obsługi*, PWN, Warszawa 1978.

Włodarczyk (Podgórska) M., *Uogólnienie i optymalizacja modelu odnowy zbiorowości środków trwałych*, rozprawa doktorska, SGPiS, Warszawa 1976.

Podręczniki

Podgórska M., Klimkowska J., *Matematyka finansowa*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2005 i kolejne wydania.

- Gruszczyński M., Kuszewski T., Podgórska M. (red.), *Ekonometria i badania operacyjne: podręcznik dla studiów licencjackich*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2009 i kolejne wydania.
- Gruszczyński M., Podgórska M. (red.), *Ekonometria*, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa 2000 i kolejne wydania.
- Marcinkowska-Lewandowska W., Plebaniak J., Podgórska M., *Ekonometria w zadaniach i ćwiczeniach: dla studiów ekonomicznych zaocznych i wieczorowych*, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa 2000 i kolejne wydania.
- Borowski J., Golański R., Kasprzyk K., Melon L., Podgórska M., *Matematyka finansowa – przykłady, zadania, testy, rozwiązania*, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa, 1997 i kolejne wydania.
- Podgórska M., Śliwka P., Topolewski M., Wrzosek M., *Łańcuchy Markowa w teorii i w zastosowaniach*, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa 2000 (także wydanie drugie).
- Bijak W., Podgórska M., Utkin J., *Matematyka finansowa: teoria i praktyka obliczeń finansowych*, Bizant, Warszawa 1994.

Artykuły naukowe

- Podgórska M., Ratuszny E., *Koniunktura w budownictwie*, „Zeszyty Koniunktury w Gospodarce Polskiej. Prace i Materiały Instytutu Rozwoju Gospodarczego – Szkoła Główna Handlowa” 2019, vol. 105–102, nr 42–39; 2018, vol. 101–98, nr 38–35; 2017, vol. 97–95, nr 32.
- Podgórska M., *Koniunktura w budownictwie*, „Zeszyty Koniunktury w Gospodarce Polskiej. Prace i Materiały Instytutu Rozwoju Gospodarczego – Szkoła Główna Handlowa” 2017, vol. 94, nr 34–31; 2016, vol. 93–91, nr 30–27; 2015, vol. 89–86, nr 26–23; 2014, vol. 85–82; 2013, vol. 81–78; 2012, vol. 77–74; 2011, vol. 73–70; 2010, vol. 66–69; 2009, vol. 65–62; 2008, vol. 61–58; 2007, vol. 57–54; 2006, vol. 53–51; 2005, vol. 49–46; 2004, vol. 45–42; 2003, vol. 41–38; 2002, vol. 37–34; 2001, vol. 33–31; 2000,

- vol. 29–26; 1999, vol. 25–22; 1998, vol. 21–18; 1997, vol. 17–14; 1996, vol. 13–10; 1995, vol. 9–6; 1994, vol. 5–2, 1993, vol. 1.
- Decewicz A., Dędyś M., Podgórska M., *Modele Markowa w analizie koniunktury*, „Prace i Materiały Instytutu Rozwoju Gospodarczego – Szkoła Główna Handlowa” 2008, vol. 80, s. 351–362.
- Podgórska M., *Expected Premium in the Model of Bonus-Malus System Fair by Transitions Rules*, „Roczniki Kolegium Analiz Ekonomicznych – Szkoła Główna Handlowa” 2008, vol. 18, s. 25–41.
- Podgórska M., *Extreme Types of Bonus-Malus System Fair by Transition Rules*, „Roczniki Kolegium Analiz Ekonomicznych – Szkoła Główna Handlowa” 2008, vol. 18, s. 43–67.
- Podgórska M., Kryszewski B., Niemiec M., *Fair Bonus-Malus Systems*, „Roczniki Kolegium Analiz Ekonomicznych – Szkoła Główna Handlowa” 2008, vol. 18, s. 11–24.
- Podgórska M., *System bonus-malus sprawiedliwy w sensie przejść między klasami*, „Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu” 2008, nr 1(1201), s. 206–231.
- Podgórska M., *Przedziałowe określenie wartości oczekiwanej składki*, w: M. Podgórska, B. Cieślak, B. Kryszewski, M. Topolewski, *Modelowanie i analiza ubezpieczeń komunikacyjnych*, Polska Izba Ubezpieczeń i Instytut Ekonometrii SGH, Warszawa 2006.
- Podgórska M., Decewicz A., *Sytuacja w budownictwie z perspektywy firm budowlanych*, „Prace i Materiały Instytutu Rozwoju Gospodarczego – Szkoła Główna Handlowa” 2002, vol. 72, s. 73–86.
- Podgórska M., Decewicz A., *Modele Markowa w analizie wyników testu koniunktury*, „Prace i Materiały Instytutu Rozwoju Gospodarczego – Szkoła Główna Handlowa” 2001, vol. 70, s. 119–155.
- Podgórska M., *Rozkład prawdopodobieństwa stopy procentowej*, „Roczniki Kolegium Analiz Ekonomicznych – Szkoła Główna Handlowa” 2000, vol. 8, s. 115–131.
- Podgórska M., Kruszewski R., *Zasada maksymalnego prawdopodobieństwa w prognozach odnowy*, „Przegląd Statystyczny” 1999, vol. 46, z. 2, s. 215–223.

- Podgórska M., *Statystyczna analiza wyników testu koniunktury*, „Prace i Materiały Instytutu Rozwoju Gospodarczego – Szkoła Główna Handlowa” 1998, vol. 60, s. 65–88.
- Podgórska M., *Ujemne umorzenie kredytu hipotecznego*, „Roczniki Kolegium Analiz Ekonomicznych – Szkoła Główna Handlowa” 1998, vol. 6, s. 217–233.
- Podgórska M., *Badanie istotności zróżnicowania wskaźnika koniunktury w budownictwie*, „Prace i Materiały Instytutu Rozwoju Gospodarczego – Szkoła Główna Handlowa” 1997, vol. 55, s. 91–105.
- Podgórska M., Kruszewski R., *Zasada maksymalnego prawdopodobieństwa w prognozach odnowy*, „Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu” 1997, vol. 780, s. 83–90.
- Adamowicz E., Podgórska M., *Przewidywanie tendencji rozwojowych w gospodarce na podstawie badań koniunktury w budownictwie*, „Prace i Materiały Instytutu Rozwoju Gospodarczego – Szkoła Główna Handlowa” 1995, vol. 46, s. 107–119.
- Podgórska M., Dędyś M., *Redukcja w modelu zapasów*, „Roczniki Kolegium Analiz Ekonomicznych – Szkoła Główna Handlowa” 1995, vol. 2, s. 115–122.
- Podgórska M., *Prognozowanie struktury za pomocą modelu odnowy*, „Przegląd Statystyczny” 1989, nr 2, s. 151–162.
- Podgórska M., *Modele grupowej odnowy profilaktycznej*, „Monografie i Opracowania / Szkoła Główna Planowania i Statystyki” 1986, vol. 200, s. 233–262.
- Podgórska M., *Agregacja łańcucha prostej odnowy grupowo-jednorodnej*, „Przegląd Statystyczny” 1985, nr 3, s. 225–241.
- Podgórska M., *Model prostej odnowy grupowo-jednorodnej*, „Przegląd Statystyczny” 1985, nr 1, s. 49–61.
- Włodarczyk (Podgórska) M., *Metody optymalizacji okresu użytkowania środków produkcji*, „Przegląd Statystyczny” 1973, nr 3, s. 351–362.

Redakcje

- Podgórska M. (red.), *Modelling and analysis of automobile insurance and financial markets*, „Roczniki Kolegium Analiz Ekonomicznych – Szkoła Główna Handlowa” 2008, vol. 18.
- Podgórska M. (red.), *Ubezpieczenia i ekonometria*, „Roczniki Kolegium Analiz Ekonomicznych – Szkoła Główna Handlowa” 2005, vol. 14.
- Adamowicz E., Męczarski M., Podgórska M. (red.), *Analiza tendencji rozwojowych w polskiej gospodarce na podstawie testu koniunktury: metody i wyniki*, „Prace i Materiały Instytutu Rozwoju Gospodarczego – Szkoła Główna Handlowa” 2001, vol. 70.
- Adamowicz E., Męczarski M., Podgórska M. (red.), *Statystyczne i ekonometryczne metody badania krótkookresowych zmian stanu gospodarki*, „Prace i Materiały Instytutu Rozwoju Gospodarczego – Szkoła Główna Handlowa” 1998, vol. 60.

Inne

- Podgórska M., *Profesor Elżbieta Adamowicz – 25 lat w IRG*, w: *100. wydanie jubileuszowe dedykowane Profesor Elżbiecie Adamowicz*, red. K. Walczyk, „Prace i Materiały Instytutu Rozwoju Gospodarczego – Szkoła Główna Handlowa” 2018, vol. 100, s. 9–11.
- Podgórska M., Welfe A., *Wiesław Sadowski – wspomnienie pośmiertne*, „Nauka” 2010, nr 4, s. 183–184, cejsh.icm.edu.pl.
- Podgórska M., Dędyś M., Decewicz A., *Econometric Analysis of the Construction Firms Opinion on Economic Situation in Poland*, referat na XXVI konferencję CIRET, Taipei 2002.
- Podgórska M., Decewicz A., *Markov Models for Polish Industry*, referat na XXV konferencję CIRET, Paryż 2000.

- Adamowicz E., Podgórska M., *Changes in Polish Firm Behaviour During 1986–1996*, referat na: 23 rd CIRET Conference, Helsinki (materiały konferencyjne), 1997.
- Adamowicz E., Podgórska M., *Sztucznie nakręcona koniunktura wygasa*, „Nowe Życie Gospodarcze” 1997, nr 3, s. 16–17.
- Podgórska M., Adamowicz E., Męczarski M., *Metody analizy zróżnicowania wyników w badaniach koniunktury (etap II)*, Instytut Ekonometrii SGH, 1996 (badania statutowe).
- Adamowicz E., Podgórska M., *Pesymistyczne przewidywania*, „Życie Gospodarcze” 1995, nr 19, s. 26–28.
- Podgórska M., Męczarski M., Kowalczyk B., *Statystyczne i ekonometryczne miary zróżnicowania wyników w badaniach koniunktury (etap I)*, Instytut Ekonometrii SGH, 1994 (badania statutowe).
- Podgórska M., *Model odnowy – własności prognoz*, referat na konferencję nt.: „Problemy budowy i zastosowań modeli ekonomicznych”, SGPiS, Warszawa 1987.
- Podgórska M., Tabeau A., *Badanie systemu remontowego przy użyciu stochastycznego modelu odnowy z remontami*, „Prace i Materiały ICIŻ SGPiS” 1982, vol. 5, s. 54–82.

ROZWÓJ KADR NAUKOWYCH W INSTYTUCIE EKONOMETRII W LATACH 1993–2019

Tytuły naukowe profesora

1. Maria Podgórska (1999),
2. Honorata Sosnowska (2001) – obecnie Katedra Matematyki i Ekonomii Matematycznej,
3. Tomasz Szapiro (2003),
4. Marek Gruszczyński (2013).

Stopnie doktora habilitowanego

Sławomir Dorosiewicz (1998, obecnie Katedra Matematyki i Ekonomii Matematycznej); Marek Męczarski (1999); Joanna Utkin (1999, obecnie Katedra Matematyki i Ekonomii Matematycznej); Marek Gruszczyński (2001); Joanna Plebaniak (2002); Tomasz Kuszewski (2004); Ewa M. Syczewska (2008); Wojciech Bijak (2009); Agata Boratyńska (2010); Emilia Tomczyk (2012); Łukasz Delong (2013); Jakub Growiec (2013, obecnie Katedra Ekonomii Ilościowej); Bogumił Kamiński (2013); Barbara Kowalczyk (2014);

Michał Rubaszek (2014); Bartosz Witkowski (2015); Dobromił Serwa (2015); Jacek Kotłowski (2017); Katarzyna Bień-Barkowska (2018); Michał Jakubczyk (2018); Andrzej Torój (2019); Michał Bernardelli (2020).

Doktorzy wypromowani przez prof. Marię Podgóorską

1. Monika Dędyś (1998), *Redukcja przestrzeni fazowej jednorodnych łańcuchów Markowa*;
2. Marcin Topolewski (2002), *System bonus-malus jako łańcuch Markowa z wypłatami*;
3. Piotr Śliwka (2004), *Ocena jakości systemu bonus-malus przy wybranych metodach estymacji parametrów*;
4. Anna Decewicz (2006), *Modele przełącznikowe w analizie danych jakościowych*;
5. Barbara Kryszew (2006), *Modelowanie rozkładu liczby szkód w niejednorodnym portfelu ubezpieczeń komunikacyjnych*;
6. Małgorzata Niemiec (2008), *Macierz oczekiwanych czasów pierwszego przejścia i powrotu w analizie systemu bonus-malus*;
7. Bartosz Witkowski (2008), *Ekonometryczna analiza szkodowości w portfelu ubezpieczeń komunikacyjnych na podstawie danych panelowych*;
8. Barbara Cieślak (2011), *Modelowanie współistnienia systemów bonus-malus na rynku obowiązkowych ubezpieczeń komunikacyjnych*.

Rozdział 1

WKŁAD SZKOŁY GŁÓWNEJ HANDLOWEJ W WARSZAWIE W ROZWÓJ NAUK AKTUARIALNYCH W POLSCE

Niniejszy rozdział dotyczy rozwoju nauk aktuarialnych w Polsce i roli SGH w tym procesie. Okazją do podjęcia tematu było obchodzone w 2019 roku 20-lecie kształcenia aktuariuszy w Szkole Głównej Handlowej (SGH) w Warszawie w ramach specjalności aktuarialnych, zbliżające się 100-lecie rozpoczęcia kształcenia aktuariuszy w Wyższej Szkole Handlowej w Warszawie (obecnie SGH) oraz przypadające na 2020 rok 100-lecie utworzenia Polskiego Instytutu Aktuariuszy. Szczególną uwagę poświęcono kształceniu aktuariuszy i wymaganiom egzaminacyjnym. Rozwój kształcenia aktuariuszy przedstawiono na przykładzie SGH w Warszawie, gdyż uczelnia ta ma w tym zakresie wieloletnią tradycję. Temat kształcenia aktuariuszy po II wojnie światowej, zwłaszcza po roku 1990, w innych ośrodkach akademickich niż SGH, wymaga dalszych badań, co wykracza poza przyjęty zakres analizy. W *Zakończeniu* wymieniono jedynie

wybrane ośrodki, w których wykłada się przedmioty aktuarialne i powstają prace naukowe z zakresu nauk aktuarialnych.

1. Wstęp

W ostatnim czasie toczy się w środowisku ubezpieczeniowym szeroka dyskusja na temat przyszłości zawodu aktuarium, zakresu funkcji aktuarialnych oraz niezbędnych kompetencji do wykonywania tego zawodu. W prasie ubezpieczeniowej w Polsce w 2019 roku podejmowano np. temat egzaminów aktuarialnych, ich zakresu oraz sposobu przeprowadzania. Warto zatem do sprawy podejść szerzej i przyrzeć się rozwojowi nauk aktuarialnych w Polsce, problemowi kształcenia aktuariuszów i zasadom ich autoryzacji. Okazją do podjęcia tematu są: obchodzone w 2019 roku 20-lecie kształcenia aktuariuszów w SGH w Warszawie w ramach specjalności aktuarialnych, zbliżające się 100-lecie rozpoczęcia kształcenia aktuariuszów w WSH (obecnie SGH) oraz przypadające na 2020 rok 100-lecie utworzenia Polskiego Instytutu Aktuariuszów.

Temat rozwoju nauk aktuarialnych w Polsce jest bardzo szeroki, dlatego też dobór przykładów prac z tego zakresu i przekazywanych treści to subiektywny wybór autora. Warto podać kilka podstawowych refleksji, jakie wynikają z lektury dawnych książek. Dominuje w nich podejście prospołeczne wskazujące na korzyści indywidualne i ogólnospołeczne, jakie można uzyskać dzięki ubezpieczeniom. Dodatkowo można zauważyć, że we wszystkich pracach pojawiają się odwołania do najnowszej literatury przedmiotu dostępnej w danym momencie. Autorzy prac byli więc na bieżąco z najnowszymi osiągnięciami naukowymi. Kolejną cechą przywoływanych dalej prac jest ich utylitarny charakter. Wiele rozwiązań w nich zaprezentowanych może być wykorzystanych także obecnie.

Kształcenie aktuariuszów zostało omówione na przykładzie Szkoły Głównej Handlowej w Warszawie, gdyż – jak się okazało w trakcie badań literaturowych – ma ono tam blisko 100-letnią historię. Duży wpływ na kształcenie w zakresie ubezpieczeń, szczególnie nauk aktuarialnych, mieli w SGH (wówczas

na Wyższych Kursach Handlowych Augusta Zielińskiego i następnie w Wyższej Szkole Handlowej) profesorowie i absolwenci Szkoły Handlowej im. Leopolda Kronenberga w Warszawie, która istniała w latach 1875–1900 (m.in. A. Zieliński) oraz absolwenci Szkoły Głównej Warszawskiej działającej w latach 1862–1869 (np. A.B. Danielewicz, S. Dickstein), w której wykłady z rachunku prawdopodobieństwa prowadzone były m.in. przez Juliana Bayera.

Temat kształcenia aktuariuszy po II wojnie światowej, zwłaszcza po roku 1990, w innych ośrodkach niż SGH wymaga dalszych studiów oraz zgromadzenia odpowiednich materiałów i wykracza poza przyjęty zakres zagadnień tego rozdziału. W *Zakończeniu* wymieniono jedynie wybrane ośrodki, w których wykładane są przedmioty aktuarialne i powstają prace naukowe z nauk aktuarialnych.

2. Rozwój nauk aktuarialnych w Polsce do 1918 roku

Rozwój nauk aktuarialnych wiąże się ściśle z rozwojem rachunku prawdopodobieństwa, arytmetyki politycznej, statystyki i rachunkowości (arytmetyki) handlowej. Idee rachunku prawdopodobieństwa dotarły do Polski pod koniec XVIII wieku. Od samego początku wskazywano na praktyczne zastosowania rachunku prawdopodobieństwa w grach losowych (hazardowych) i w ubezpieczeniach. Zgodnie z ustaleniami Witolda Więśława można wiązać je w Polsce z nazwiskiem Jana Śniadeckiego (Więśław, 2013). W swoim wystąpieniu na sesji literackiej Uniwersytetu Wileńskiego 15 listopada 1808 roku na temat podziału nauk matematycznych i katedry tych umiejętności Śniadecki wskazał na jedną naukę matematyczną „nieskończonego użycia w ekonomii politycznej, a ledwie nie we wszystkich profesjach i zdarzeniach życia ludzkiego, to jest to, co nazywają *calculus probabilitalis*, a który za Danielem Bernoullim nazywać by należało rachunkiem sztuki domysłowej albo nauką o chybi-trafi (*Principia artis conjectandi*)” (Więśław, 2013, s. 103).

W dalszej części odczytu Śniadecki zwrócił uwagę na znaczenie rachunku prawdopodobieństwa dla ubezpieczeń. W konspekcie wykładu napisał:

„Geometrowie angielscy w upłynnionym wieku rzuciwszy fundamenta tego rachunku oparte na teorii stosunków, okazali jego użycie w grach azardowych i losach, wyciągnęli z niego przepisy do organizacji różnych towarzystw asekuracyjnych na niebezpieczeństwa żeglugi morskiej, na pożary ognia, na trwałość życia ludzkiego itd. I założyli grunta wielu spekulacji handlowych i pieniężnych” (Więśław, 2013, s. 104).

Ciekawe odniesienia do ubezpieczeń znajdujemy również w pracy Kajetana Garbińskiego, doktora filozofii i profesora w Królewskim Warszawskim Uniwersytecie, *Rys filozoficzny zasad rachunku losów, czyli rachunku prawdopodobieństwa*. Praca powstała na podstawie wykładu publicznego wygłoszonego na posiedzeniu Uniwersytetu 18 września 1823 roku i została opublikowana w dwóch numerach „Pamiętnika Warszawskiego” (t. VI, nr III i IV). Warto zwrócić uwagę na kilka kwestii poruszonych w pracy Garbińskiego. Autor przywołuje („Pamiętnik Warszawski”, t. VI, nr III, s. 298) badania Duvillarda dotyczące wpływu szczepień na śmiertelność noworodków, wskazując, „że na milionie nowo narodzonych dzieciach zostawionych bez zaszczepienia wakcyny, 85685 prędzej czy później umarłoby z powodu ospy naturalnej, a średni zakres życia tych niewinnych ofiar rozciągałby się tylko do lat 3,6”. Dodatkowo prezentowany jest wniosek z badań, „że gdyby tę chorobę zagubić można przez szczepienie ospy krowiej; średni zakres życia podówczas pomienionych dzieci byłby lat 44,7; a zamiast 28 lat i 9 miesięcy, średni zakres życia całego ogółu ludności rozciągałby się aż do 32 lat i 3 miesięcy”.

W drugiej części pracy („Pamiętnik Warszawski”, t. VI, nr IV, s. 390–392) prowadzone są rozważania na temat ustalania składki ubezpieczeniowej adekwatnej do ponoszonego ryzyka. Autor zwraca uwagę na to, że oprócz oczekiwanej straty przy ustalaniu składki powinny być wzięte pod uwagę koszty administracyjne i koszty wynikające „ze sprawiedliwej obawy, pochodzącej z braku dostatecznej liczby obserwacji”, na podstawie których wyprowadza się prawdopodobieństwo straty. Postuluje również, aby „nie tylko oceniać samą nadzieję matematyczną, ale nadto i nadzieję moralną”. Oznacza to, że powinna być wykorzystana funkcja użyteczności, wprowadzona przez Daniela Bernoullego, do ustalania składki ubezpieczeniowej p akceptowalnej

dla ubezpieczającego i zakładu ubezpieczeń. W pracy zamieszczone są „formuły, podług których obie strony swoją nadzieję moralną oceniać powinny”. Wzór podany za Laplace’em dla ubezpieczającego:

$$q^{\alpha} (q + S)^{1-\alpha} = q - S + p$$

oraz dla zakładu ubezpieczeń:

$$(q' - S + p)^{\alpha} (q' + p)^{1-\alpha} = q',$$

gdzie odpowiednio: q, q' oznaczają pozostałość majątku „kupca” i „tego, kto zapewnia” [ubezpiezyciela] po stracie losowej S , do której może dojść z prawdopodobieństwem α , „wyciągniętym z doświadczenia” otrzymamy, przyjmując logarytmiczną funkcję użyteczności. Takie podejście jest prezentowane studentom po dziś dzień, z tym że wykorzystuje się różne funkcje użyteczności, a nie tylko funkcję logarytmiczną oraz że nie przyjęła się nazwa „nadzieja moralna” na określenie oczekiwanej użyteczności. W pracy Garbińskiego można znaleźć również fragmenty świadczące o zrozumieniu znaczenia prawa wielkich liczb w ubezpieczeniach (np. na s. 392).

W pierwszym całościowym wykładzie rachunku prawdopodobieństwa przeprowadzonym na Uniwersytecie Wileńskim przez Zygmunta Rewkowskiego¹ w roku akademickim 1830/1831 poruszane były również zagadnienia ubezpieczeniowe. Omawiając zastosowania rachunku prawdopodobieństwa w zakresie „nauk moralnych i politycznych”, Rewkowski deklarował, że „zastanowi się nad prawdopodobieństwem życia ludzkiego i ważniejsze tu należące zagadnienia za pomocą tablic śmiertelności rozwiąże”. Przy negatywnym stosunku do gier hazardowych Rewkowski w konspekcie wykładu napisał, że

¹ Rewkowski opublikował w 1828 r. pracę *O początkach i wzroście rachunków prawdopodobieństwa* (Glücksberg, Wilno 1828), której cały nakład, zgodnie z przypuszczeniami Więsława (2013, s. 111) został zniszczony przez władze carskie w ramach represji za udział w powstaniu listopadowym. Przypuszczenie to Więsław uzasadnia faktem nieodnalezienia do tej pory ani jednego egzemplarza książki.

będą omawiane zastosowania „do wszelkiego rodzaju gier, loterii i asekuracji [...] Lubo asekuracje w istocie swojej niczym się od gier i loterii nie różnią, a zatem równie jak i te ostatnie szkodliwe być muszą, moralnie jednak rzecz tę uważając, pokazuje się, że wszelkiego rodzaju asekuracje (aby tylko rozsądnie i podług prawideł rachunku były przedsiębrane) tak dla szczególnych osób i dla całej społeczności nieocenione pożytki przynieść mogą” (cyt. za: Więśław, 2009, s. 129). Na wykładzie Rewkowski omawiał zagadnienia z zakresu ubezpieczeń majątkowych dotyczące tego, „jak się rachują i układają tablice ceny asekuracji własności obywatela od pożaru, okrętów i towarów kupca od rozbicia się na morzu, dochodów gospodarza od nieurodzaju lub innej jakiej kłeski powszechnej”. Wykład poświęcony był również zastosowaniom rachunku prawdopodobieństwa w ubezpieczeniach na życie i dotyczył tego, „jak się rachują i układają w tablice wielkości kapitałów, które osoby różnego wieku, albo jednorazowo złożyć towarzystwu asekuracyjnemu powinny dla otrzymania za to pewnej pensji dożywotniej (*rente viagere*) lub dla należenia do pewnej tontyny (*Tontine*); albo też, które osoby różnego wieku corocznie do towarzystwa wносить mają, ażeby po ich śmierci pozostałe familie miały zabezpieczony sobie pewien kapitał” (cyt. za: Więśław, 2009, s. 129).

Wkład Rewkowskiego w rozwój nauki i jej zastosowań nie ograniczył się jedynie do rachunku prawdopodobieństwa. Zgodnie z ustaleniami Mirosława Bochenka (Bochenek, 2008) można go uznać w Polsce za prekursora ekonomii matematycznej, ekonometrii i statystyki matematycznej.

W latach 40. XIX wieku wraz z powstaniem Dyrekcji Ubezpieczeń w Królestwie Polskim zaczynają się pojawiać prace poświęcone teorii ubezpieczeń, np. Wacława Łuszczewskiego *O początkach, naturze i przyszłości towarzystw zabezpieczenia od losowych przypadków* z października 1841 roku (Łuszczewski, 1841), a z zakresu ubezpieczeń na życie np. Józefa Słomińskiego *Rachunki odnoszące się do zabezpieczeń na życie* (Słomiński, 1846) jako dodatek do pracy Floriana Aleksandra Zubelewicza *Rachunkowość handlowa w ważniejszych jej zastosowaniach* z 1846 roku (Zubelewicz, 1846). Praca Zubelewicza zostałaaby obecnie zakwalifikowana w części do matematyki finansowej, a w części jako

praca dotycząca inwestowania i wyceny instrumentów lokacyjnych². Sama Dyrekcja Ubezpieczeń publikowała w formie zeszytów akty prawne dotyczące ubezpieczeń (ogólne warunki ubezpieczeń), taryfy dla różnych ich rodzajów i sprawozdania ze swojej działalności³.

Łuszczewski w swojej pracy podał definicję umowy ubezpieczenia, określając m.in. dwie podstawowe zasady ubezpieczeń. Napisał on: „W teraźniejszym rozwinięciu teorii umowy zabezpieczenia powszechnie dwa kładą warunki, których niedopełnienie naturę jej zupełnie zmienia; a mianowicie:

- Umowa ubezpieczenia nie powinna przechodzić w naturę zakładu na los, zawieranego pomiędzy dwoma graczami.
- Nie powinna nigdy zapewniać ubezpieczonemu żadnego zarobku z wyniku losowego wypadku” (Łuszczewski, 1841, s. 48).

Szczególną uwagę autor zwraca na drugi warunek, wiążący się z przestępczością ubezpieczeniową: „Drugi warunek organiczny umowy zabezpieczenia, ażeby ubezpieczony nie ciągnął korzyści z przypadku własność jego niszczącego, jest tym ważniejszy do przestrzegania, że w wykonaniu często bywa przekraczany, a wtedy zamiast środka zbawionego i godnego zachęty, ubezpieczenie stać się może źródłem niegodziwych spekulacji, przeciwnych publicznemu porządkowi” (Łuszczewski, 1841, s. 49–50).

W pracy Słomińskiego znajdujemy wycenę głównych rodzajów „zabezpieczeń na życie, które Dyrekcja Ubezpieczeń przyjmuje”, a mianowicie:

„I. Kapitał na dożycie, którego wypłata ma nastąpić po przeżyciu pewnej liczby lat.

II. Dochód dożywotni, to jest pensja roczna od wieku naznaczonego aż do śmierci.

² Pod koniec XIX w. i na początku XX w. ta dziedzina wiedzy i umiejętności nazywana była arytmetyką handlową.

³ Dyrekcja Ubezpieczeń została upoważniona do ogłaszania drukiem zbioru przepisów dotyczących ubezpieczeń. W poszczególnych zeszytach znajdujemy następującą wzmiankę: „W wykonaniu tego [upoważnienia – przyp. W.B.] wskazany Zbiór postanowiła Dyrekcja Ubezpieczeń wydawać zeszytami, zawierającymi około 5-ciu arkuszy. Kilka takich zeszytów złoży się w tom, opatrzony oddzielnym tytułem i spisem rzeczy. Zeszyty wychodzić będą w terminach nieoznaczonych. Sprzedawane są zeszyty tego Zbioru: w Warszawie, w Biurze Dyrekcji Ubezpieczeń, na prowincji, w Biurze każdego Naczelnika Powiatowego” (Dyrekcja Ubezpieczeń, 1853).

- III. Kapitał pośmiertny, który ma być wypłacony sukcesorom, lub też stosownie do rozporządzenia ubezpieczonego.
- IV. Kapitał na przeżycie, który ma być wypłacony osobie wskazanej, skoro ta przeżyje ubezpieczoną.
- V. Dochód na przeżycie, to jest: dochód dożywotni dla osoby wskazanej, rozpoczynający się od daty śmierci osoby ubezpieczonej” (Słomiński, 1846, s. 305).

Autor omawia ubezpieczenia na życie (kapitał) oraz renty (dochód) pojedynczych osób, ubezpieczenia małżeńskie i posagowe, a także ogólne zasady kalkulacji rezerw matematycznych oraz wykupu. Czytamy np., że zgodnie z (według obecnie stosowanej nomenklatury) prospektywną metodą wyznaczania rezerw i wykupu „potrafimy znaleźć, ile należeć się będzie występującemu z ubezpieczenia za odstąpienie praw w części już nabytych. W każdym razie wartość praw nabytych równa się różnicy pomiędzy wartością zabezpieczenia odniesioną do wieku, w którym następuje wystąpienie, a wartością obowiązków ubezpieczonego, jakie pozostają jeszcze do spełnienia” (Słomiński, 1846, s. 337). W swoich analizach i przykładach Słomiński wykorzystuje liczby komutacyjne do wyznaczania wysokości składek⁴. Takie podejście okazuje się trwałą praktyką po dziś dzień przy rozpatrywaniu modeli ubezpieczeń na życie z czasem dyskretnym. Liczby komutacyjne zamieszczone w pracy (tablica pomocnicza na s. 342–343) wyznaczone zostały dla tablic śmiertelności opracowanych przez holenderskiego matematyka Kersebooma⁵ przy technicznej stopie procentowej 4%. Słomiński zaprezentował również wyciąg z taryf, jakie znalazły się w trzecim zeszycie *Zbioru urzędzeń i wiadomości tyczących się ubezpieczeń* wydany przez Dyрекcję Ubezpieczeń⁶.

⁴ Danielewicz (1896, s. 128) w pkt. 45 pracy zaprezentował historię wprowadzania liczb komutacyjnych. Zgodnie z jego ustaleniami zdyskontowane liczby osób żyjących i ich sumy po raz pierwszy wprowadził Johann Nicolai Tetens w 1785 r. Podobną koncepcję wykorzystującą skapitalizowaną liczbę osób żyjących wprowadził w 1786 r. George Barrett. Rozwiązanie zaproponowane przez Tetensa weszło do praktyki aktuarialnej z czysto pragmatycznego powodu: wymagało operowania mniejszymi liczbami niż w przypadku stosowania rozwiązania Barretta.

⁵ Informacje na temat tablic Kersebooma z 1738 r. zob. Малешевский, 1889 1890, Томъ II Часть I, s. 58–59).

⁶ Taryfy te możemy znaleźć w publikacji Dyрекcji Ubezpieczeń, 1853.

Porównajmy wyniki obliczeń dokonanych przez autora z tymi, które możemy uzyskać obecnie. Weźmy przykład 2 (tablica śmiertelności podana przez Kersebooma, 4%, s. 325) dotyczący wyznaczania składki netto. „Osoba mająca lat 20, za jednostkę dochodu dożywotniego, który chce pobierać po

$$\text{latach } 10 \ (q = 20, \ m = 10), \text{ zapłacić powinna teraz } W^{20} D_{30+\frac{\circ}{\circ}}^{30} = \frac{C_{q+m}}{B_q} = \\ = \frac{2605,419}{266,525} = 9,775^{77}.$$

W tablicy „Rodzaj II. Dochód dożywotni” (s. 340)

możemy znaleźć, że jednorazowa składka taryfowa (brutto) wynosi w rozwanym przypadku 10,7388. Jeżeli w obliczeniach wzięlibyśmy pod uwagę „Tablice śmiertelności Królestwa Polskiego” stosowane przez Dyрекję Ubezpieczeń w tamtym czasie (Danielewicz, 1896, s. 92–93), to dostalibyśmy składkę netto równą 9,5998, co oznacza, że narzut na koszty i zysk Dyрекcji Ubezpieczeń wynosił około 12%. Biorąc tablice trwania życia np. z 2016 roku opublikowane przez GUS i techniczną stopę procentową równą 4% dla $x = 20$,

$$m = 10, \text{ otrzymamy jednorazową składkę netto } {}_m|\ddot{a}_{x:\infty} = {}_m|\ddot{a}_x = \frac{N_{x+m}}{D_x} = 14,484.$$

Warto zaznaczyć, że dzięki wzmiance zamieszczonej w książce Danielewicz *Podstawy matematyczne ubezpieczeń życiowych* (Danielewicz, 1896) możemy z dużym prawdopodobieństwem przyjąć, że w Dyрекcji Ubezpieczeń nad zagadnieniami aktuarialnymi, a przynajmniej przy układaniu tablic śmiertelności, pod kierunkiem Słomińskiego pracowali A. Stępnicki i A. Zagrzejewski oraz – jak dalej pisze autor – „oprócz Słomińskiego, brali jeszcze udział Julian Bayer i Stanisław Janicki (Patrz artykuł p. S. Dicksteina, pomieszczony w t. VII *Wielkiej Encyklopedii powszechnej ilustrowanej*, odnoszący się do życia i prac J. Bayera)” (Danielewicz, 1896, s. 93).

W drugiej połowie XIX wieku pojawiają się prace dotyczące ubezpieczeń na życie i ogólniej – ubezpieczeń osobowych. W 1884 roku Danielewicz

⁷⁷ Symbol $\frac{\circ}{\circ}$ lub % został w książce użyty zamiast symbolu ∞ .

publikuje pracę *Z dziedziny statystyki matematycznej* (Danielewicz, 1884), w której omawia problematykę szacowania tablic śmiertelności (trwania życia). Dostrzega on konieczność uwzględniania efektów związanych z wiekiem osób oraz efektów związanych z kohortą, do której osoby należą. Autor pisze, że „liczba żyjących w pewnym wieku osób z nie zależy od samego tylko wieku x , ale i od pokolenia, do którego należą, czyli zupełnym obrazem analitycznym ruchu całej ludności jest: $z = f(x, t)$, gdzie t wyobraża nam pokolenie, wyrażone przez czas, w którym należące do niego osoby się urodziły” (Danielewicz, 1884, s. 10).

Praca Danielewicza ma charakter teoretyczny. Koncentruje się na określeniu zasad budowy przekrojowych tablic śmiertelności zgodnie z metodyką dr. Gustawa Zeunera. Omawiane jest również podejście kohortowe dr. G.F. Knappa. Konkluzja pracy jest pragmatyczna: łatwiej jest przeprowadzić badanie statystyczne na potrzeby konstruowania tablic przekrojowych (potrzebne są dane statystyczne tylko z dwóch lat), co uzasadnia wybór szczególnie omówionej w pracy metody.

Dwa lata później, w 1886 roku została opublikowana praca Teofila Rozmarynowicza *Matematyczne podstawy ubezpieczenia na wypadek niezdolności do pracy w zastosowaniu do urzędzenia kas emerytalnych* (Rozmarynowicz, 1886), w której autor omawia m.in. zasady konstrukcji tablic niezdolności do pracy na całe życie z uwzględnieniem śmiertelności, renty zależne od czasu, przez jaki osoba żyje w służbie czynnej, renty na wypadek niezdolności do pracy oraz bilans techniczny kas emerytalnych (łącznie z wyznaczaniem rezerw). We wstępie autor wskazuje wagę „ubezpieczeń od wypadków”, pisząc, że „w nim widzą sfery rządzące rozwiązanie kwestii socjalnej, przez polepszenie bytu klasie robotczej” (Rozmarynowicz, 1886, s. 1).

Dla zachowania pełnej chronologii warto wspomnieć o bardzo obszernej (liczącej trzy tomy i ponad 2 tys. stron) pracy B. Maleszewskiego, magistra nauk fizyczno-matematycznych, podobnie jak Danielewicz i Dickstein absolwenta Szkoły Głównej Warszawskiej (por. Więśław, 2013, s. 120). *Теория и практика пенционных касс* z lat 1889–1890, będącej kompletnym podręcznikiem statystyki, matematyki finansowej i ubezpieczeń na życie,

a w dodatku – *приложении*, wykładem wybranych dziedzin matematyki (Малешевский, 1889–1890)⁸.

Pełny wykład matematyki ubezpieczeń na życie znaleźć można w pracy Danielewicz (1896). Na stronie tytułowej zaznaczono, że autor to magister nauk fizyczno-matematycznych byłej Szkoły Głównej Warszawskiej; matematyk główny Towarzystwa Ubezpieczeń Przeworność. W przedmowie autor napisał, że „ubezpieczenia życiowe posiadają dwie ważne zalety: stanowią bardzo piękne zastosowanie matematyki do celów praktycznych i tworzą potężną dźwignię dobrobytu społecznego. Pierwsza z tych zalet dostarcza obfitego pokarmu duchowego osobom interesującym się nauką, druga podaje skuteczny środek zapobiegania nędzy społecznej, obie więc razem powinny baczną zwrócić uwagę szerokiego koła ludzi inteligentnych na przedmiot ubezpieczeń życiowych, co wszakże jeszcze nie wszędzie ma miejsce” (Danielewicz, 1896, s. v).

W pracy oprócz rachunku prawdopodobieństwa, tablic śmiertelności oraz rachunku procentu i spłaty długu omawiane są m.in. ubezpieczenia na życie, renty, składki netto i brutto, ubezpieczenia ze zwrotem składki brutto, ubezpieczenia oparte na życiu dwóch i więcej osób, rezerwy netto i brutto łącznie z zillmerowską metodą umarzania prowizji akwizycyjnej, zysk lub strata na śmiertelności, reasekuracja i zmiany założeń dotyczących śmiertelności i stopy procentowej⁹.

W swojej pracy Danielewicz zamieszcza siedem tablic śmiertelności dla ogółu ludności oraz 26 tablic śmiertelności skonstruowanych na potrzeby towarzystw ubezpieczeniowych. Publikowana jest tam również „Tablica śmiertelności

⁸ Znajdujące się w bibliotece SGH egzemplarze książki (t. I, II i dodatek) pochodzą ze zbiorów Leopolda Kronenberga i są darem dla Towarzystwa Kursów Handlowych, natomiast na tomie III znajdujemy odręczną dedykację autora: „Koledze P. Ludwikowi Wojno na pamiątkę ofiaruje najżyczliwszy autor”.

⁹ W recenzji książki Danielewicz zamieszczonej w „Wiadomościach Matematycznych”, t. I, z. 1 z 1897 r. S. Dickstein (1897, s. 39) napisał, „że książka p. Danielewicz stanowi nie tylko pełny podręcznik elementarny dla osób, pragnących poznać zasady nauki praktyki ubezpieczeń na życie, ale jest zarazem doskonałym poradnikiem praktycznym dla pracowników w instytucjach ubezpieczeń. Metody i teorie elementarne, w książce wyłożone, nie utracą z biegiem czasu swej wartości, a liczne przykłady, uwagi i wskazówki, dobry układ, pożyteczne tablice, czynią z tego dzieła prawdziwy kanon elementarny teorii ubezpieczeń”.

Królestwa Polskiego” z 1843 roku, na podstawie której wyznaczane były zdaniem autora tablice składek podane w materiałach publikowanych przez Dyрекcję Ubezpieczeń w zeszytach *Zbiór urzędzeń i wiadomości tyczących się ubezpieczeń*, np. z 1853 roku¹⁰, zamieszczonych również przez Słomińskiego we wspomnianej pracy z 1846 roku.

Pełnego obrazu zastosowań matematyki do nauk społecznych dostarczają nam prace z arytmetyki politycznej. Na przełomie XIX i XX wieku opublikowanych zostało kilka prac z tego zakresu, m.in. F. Kuglera *Arytmetyka polityczna* (1898), A. Pawłowskiego *Zasady arytmetyki politycznej* (1905, (późniejsze wydania z 1913 i 1924) oraz Danielewicz i Dicksteina *Zarys arytmetyki politycznej* (1910).

Praca Kuglera, geometry przysięgłego, adresowana jest do matematyków, bankierów i kapitalistów i ogranicza się do zagadnień praktycznych z zakresu matematyki finansowej. Omawiane są w niej m.in. renty i amortyzacja, kasy oszczędnościowe, procent prosty i składany, spłaty pożyczek, kupony (obligacje). Zawarte przez autora w pracy „tematy w pojedynczych rozdziałach podług wszelkich konsekwencji myśli ułożone i intensywnie obmyślane posłużyć mogą do rozwiązania dla wielu osób kwestii doniosłej natury. W szczególności dopomogą do tego wyczerpująco opracowane i jasnymi wyrażeniami dokładnie wyłożone: definicje, przykłady i informacje, wzory paradygmaty itp. wykazy ujęte w skrócone i dogodne rozmiary, wreszcie przykładami poparte wskazówki do praktycznego zastosowania matematycznych tabel w niniejszym wydaniu zawartych” (Kugler, 1898, s. VI).

Zasady arytmetyki politycznej Pawłowskiego z 1905 roku poświęcono rachunkom procentu składanego i przede wszystkim rachunkom ubezpieczeń na życie. Książka Pawłowskiego była podręcznikiem szkolnym dla szkół średnich. Na

¹⁰ Publikacja Dyrekcji Ubezpieczeń z 1853 r. *Zbiór urzędzeń i wiadomości tyczących się zabezpieczeń na życie* jest jedną z wielu publikacji Dyrekcji. Znajdujemy w niej ogólne warunki oferowanych ubezpieczeń na życie, taryfy składek jednorazowych i okresowych oraz sprawozdania z działalności Dyrekcji. Możemy się z niej dodatkowo dowiedzieć (s. 88–92), że w okresie od 1844 r. do 1849 r. zostało zawartych 15 umów, wypłacono jedno świadczenie, rozwiązano osiem umów ze względu na niepłacenie składek, wypłacono wartość wykupu 13 osobom w związku z rezygnacją z umów i ostatecznie na początku 1850 r. czynne były 93 umowy.

stronie tytułowej wydania drugiego z 1913 roku (Pawłowski, 1913) zaznaczono, że „Reskryptem c. k. Rady szkolnej krajowej z dnia 10 czerwca 1913 r., Ib. 1256/IV zaliczono ten podręcznik w poczet książek, dozwolonych do użytku w Akademjach handlowych”.

Pełen zakres zagadnień obejmowanych łącznie nazwą arytmetyki politycznej znaleźć można w pracy Danielewicz i Dicksteina (Danielewicz, Dickstein, 1910). Dickstein w słowie wstępnym zwraca uwagę na to, że „arytmetyka polityczna nie jest co do treści swej nauką jednolitą; jest to, właściwie mówiąc, zbiór zastosowań matematyki do rozmaitych zagadnień, z których każde samo przez się stanowić może osobny dział stosowany, a niektóre z nich, jak statystyka matematyczna lub matematyka ubezpieczeniowa, są już dzisiaj osobnymi naukami, posługującymi się własnymi metodami” (Danielewicz, Dickstein, 1910, s. III–IV. Rozdziały tworzące podstawy matematyczne, tzn. dotyczące algebry i analizy, rachunku prawdopodobieństwa, zostały napisane przez Dicksteina, natomiast dotyczące zastosowań – rachunek procentowy, gry losowe, statystyka (przede wszystkim szacowanie tablic śmiertelności) oraz ubezpieczenia na życie i długoterminowe osobowe przez Danielewicza.

3. Kształcenie aktuariuszy w SGH w Warszawie do 1939 roku

3.1. Wpływ Polskiego Instytutu Aktuariuszy na kształcenie w WSH

W 1906 roku powstały w Warszawie Wyższe Kursy Handlowe założone przez Augusta Zielińskiego, przekształcone w 1915 roku w Wyższą Szkołę Handlową i następnie w 1933 roku w Szkołę Główną Handlową. Na program kształcenia w WSH miała wpływ Komisja Programowa (Tanewski, 2017, s. 13–14) kierunku ubezpieczeń złożona z Danielewicza¹¹, Grendyszyńskiego, Limanowskiego i Rogowskiego. Początkowo w WSH (w latach 1909–1916)

¹¹ W pracy Tanewskiego (2017, s. 13) podano, że w latach 1906–1910 Danielewicz prowadził wykłady z arytmetyki politycznej na Wyższych Kursach Handlowych.

wykładana była encyklopedia ubezpieczeń przez Norberta Pinkusa. W grudniu 1917 roku został utworzony Wydział Ubezpieczeniowy. Istotna zmiana w podejściu do kształcenia w zakresie ubezpieczeń, a szczególnie aktuariuszy, zaszła wraz z powstaniem Polskiego Instytutu Aktuariuszy (PIA). Marian Szczęśniak w swojej pracy z historii ubezpieczeń na ziemiach polskich napisał, że „po odzyskaniu niepodległości, w roku 1920 w Warszawie przy Wyższej Szkole Handlowej powołany został Polski Instytut Aktuariuszy (w niektórych źródłach nazywany Polskim Instytutem Aktuarialnym)” (Szczęśniak, 2003, s. 332).

Pełne informacje na temat powstania PIA można znaleźć w sprawozdaniu z działalności Polskiego Instytutu Aktuariuszy od dnia 1 lipca 1920 roku do 1 lipca 1922 roku zamieszczonym w „Wiadomościach Aktuarialnych” (Polski Instytut Aktuariuszy, s. 37–41). Czytamy tam, że pierwsze zebranie członków (30 czerwca 1920 r.) powołało jednogłośnie na przewodniczącego Rady PIA prof. Danielewicza, nestora polskich aktuariuszy. Zebranie wybrało czterech członków Rady: dr. Stefana Mazurkiewicza (wiceprzewodniczący), dr. Romana Jabłonowskiego (skarbnik), Zygmunta Limanowskiego, Władysława Strzeleckiego (sekretarz). Dwóch członków Rady PIA, tj. Z. Limanowski i W. Strzelecki, było profesorami WSH, natomiast S. Mazurkiewicz („Pamiętnik”, 1927, s. 73) w latach 1918–1920 wykładał w WSH arytmetykę polityczną. Strzelecki oprócz pełnienia funkcji sekretarza był również redaktorem „Wiadomości Aktuarialnych”, co mogło powodować, że działalność PIA była ściśle kojarzona z WSH.

Statut PIA w § 25 stwierdzał, że założycielami Instytutu są: A. Danielewicz, S. Dickstein, R. Jabłonowski, T. Poznański, S. Mazurkiewicz, K. Horowicz, W. Strzelecki, H. Gruber, Z. Limanowski.

W Kronice PIA zamieszczonej w „Wiadomościach Aktuarialnych” (Polski Instytut Aktuariuszy, 1922) mamy pełną listę członków Polskiego Instytutu Aktuariuszy w 1920 roku:

1. A.B. Danielewicz,
2. S. Dickstein, prof. Uniwersytetu Warszawskiego,
3. Z. Czubalski, naczelnik wydziału w Ministerstwie Pracy i Opieki Społecznej,
4. B. Drozdowicz, dyrektor Pomorskiego Krajowego Zakładu Ubezpieczeń,

5. dr M. Goldman, wicedyrektor Towarzystwa Ubezpieczeń Piast,
6. H. Gruber, dyrektor Urzędu Nadzoru przy Ministerstwie Skarbu,
7. dr H. Horowitz, starszy referent w Ministerstwie Pracy i Opieki Społecznej,
8. dr R. Jabłonowski, profesor matematyki,
9. Z. Limanowski, prof. WSH, naczelnik Wydziału Statystyki m. Warszawy,
10. dr St. Mazurkiewicz, prof. Uniwersytetu Warszawskiego,
11. dr T. Poznański, szef Działu Życiowego Towarzystwa Ubezpieczeń Omnium,
12. T. Rotwand, wicedyrektor Towarzystwa Ubezpieczeń Varsovia,
13. W. Strzelecki, prof. WSH, wicedyrektor PDUW,
14. E. Szancer, naczelnik Działu Życiowego Krakowskiego Towarzystwa Wzajemności Ubezpieczeniowej,
15. J. Taborski, szef matematyk Lwowskiego Zakładu Pensyjnego.

Na wniosek prof. Danielewicz Instytut przeprowadził ankietę w celu zebrania danych „o liczbie i przygotowaniu teoretycznym i praktycznym matematyków ubezpieczeniowych, pracujących w państwie polskim” (Polski Instytut Aktuariuszy, 1922, s. 41). Na ankietę rozesłaną do wszystkich towarzystw ubezpieczeniowych oraz innych instytucji, w których zdaniem członków Instytutu powinni pracować matematycy ubezpieczeniowi, uzyskano 11 odpowiedzi zawierających 22 nazwiska. Do tej liczby doliczono 7 osób, które przekazały stosowne informacje bezpośrednio Instytutowi. Oznacza to, że można było przyjąć, iż w 1920 roku 29 osób pracowało w charakterze matematyków ubezpieczeniowych. Ankietę dostarczyła wielu dodatkowych ciekawych informacji. Ustalono mianowicie, że z tych 29 osób „22 osoby posiadają wyższe wykształcenie ogólne, 7 tylko średnie; 14 posiada wykształcenie specjalne ubezpieczeniowe w zakresie wyższym, 15 natomiast nie odbywało specjalnych studiów ubezpieczeniowych; 12 drukowało prace ubezpieczeniowe; najmniejsza praktyka ubezpieczeniowa wynosiła jeden rok — najwyższa lat trzydzieści z górą. W końcu zauważamy, iż tylko kilka osób nie zostało objętych ankietą” (Polski Instytut Aktuariuszy, 1922, s. 38).

Rada PIA na początku swojej działalności powołała dwie komisje: autoryzacyjną i programową, które przedstawiły swoje wnioski w jednym dokumencie z października 1920 roku nazwanym „memoriałem” (Polski Instytut

Aktuariuszy, 1922, s. 27–32). W memoriale przedstawiono wymagania stawiane aktuariuszom w krajach Europy Zachodniej systemy kształcenia i zasady ich autoryzacji. Na tym tle sformułowano postulaty odnośnie do uregulowania pozycji aktuariusza w Polsce. Memoriał rozesłano do wszystkich zainteresowanych instytucji, a mianowicie do Ministerstw: Skarbu, Pracy, Oświaty i byłej dzielnicy Pruskiej oraz do Dyrekcji Wyższej Szkoły Handlowej w Warszawie.

3.2. Propozycje PIA w zakresie autoryzacji

PIA postulował, aby państwo wzięło na siebie obowiązek autoryzacji, czyli wydawania upoważnień do wykonywania specjalności aktuariusza. W memoriale szeroko uzasadniano takie rozwiązanie zabezpieczeniem interesu ogólnospołecznego. Autoryzacja miała się wyrażać w przyznawaniu dyplomu aktuariusza na podstawie sprawdzenia posiadanej wiedzy ubezpieczeniowej (w drodze egzaminów ustnych i pisemnych). Stwierdzono, że „nie można tu bowiem polegać na dyletantyzmie o pozorach fachowości, ale należy wymagać gwarancji odbytych studiów specjalnych” (Polski Instytut Aktuariuszy, 1922, s. 28).

3.3. Propozycje PIA w zakresie programu

W memoriale w kwestii kształcenia aktuariuszy sformułowano podstawowy postulat, że „aktuariusz dyplomowany nie powinien rozpoczynać swej działalności jedynie jako teoretyk; specjalnie w naszych warunkach chodzi przede wszystkim o teoretycznie przygotowanych praktyków”¹². Wskazano, że wykształcenie powinno się składać z przedmiotów ogólnych i specjalistycznych.

¹² Szerokie uzasadnienie analogicznych poglądów, dość powszechnych w środowisku aktuariuszy w Europie w okresie międzywojennym, można znaleźć np. w pracy (Lorey, 1930) będącej zapisem mowy wygłoszonej 14 listopada 1928 r. w Kopenhadze opublikowanej w „Wiadomościach Matematycznych”. Na rok przed wybuchem światowego kryzysu gospodarczego autor zwraca również uwagę matematyków ubezpieczeniowych na konieczność badania koniunktury (Lorey, 1930, s. 12–14) i wyraża zaniepokojenie, twierdząc: „Dziś znowu w wielu krajach ujawnia się prąd wrogi matematyce pod wpływem modnych kierunków filozoficznych, przez akcentowanie pierwiastków alogicznych i przez skłonność do poglądów mistycznych” (Lorey, 1930, s. 5).

W części ogólnej:

1. Rachunek różniczkowy i całkowy,
2. Rachunek prawdopodobieństwa,
3. Teoria statystyki,
4. Ekonomia polityczna,
5. Organizacje samopomocy.

W części specjalistycznej:

1. Matematyka finansowa,
2. Matematyka ubezpieczeniowa,
3. Statystyka ubezpieczeniowa,
4. Prawo ubezpieczeniowe: a) prawo prywatne, b) prawo publiczne,
5. Ubezpieczenia społeczne,
6. Ekonomika ubezpieczeniowa,
7. Organizacja i praktyka ubezpieczeń,
8. Buchalteria ubezpieczeniowa.

Propozycje w zakresie autoryzacji nie uzyskały poparcia władz ze względu na – jak tłumaczono – brak jednolitego prawa ubezpieczeniowego. Natomiast Ministerstwo Oświaty poparło inicjatywę Instytutu w zakresie kształcenia aktuariuszy i poleciło przedstawiony przez PIA program kursu ubezpieczeniowego do wdrożenia. Podobnie Dyrekcja WSH poparła starania PIA, przekształcając dotychczasowy Wydział Ubezpieczeniowy w kierunek ubezpieczeniowy zgodnie z wytycznymi określonymi przez Instytut.

3.4. Kierunek ubezpieczeniowy w Wyższej Szkole Handlowej w Warszawie

O kształceniu zgodnym z propozycjami PIA mamy informacje w wielu źródłach. W „Wiadomościach Aktuarialnych” czytamy: „Jedyny systematyczny i pełny kurs nauk aktuarialnych w Polsce istnieje przy WSH w Warszawie. Próby uruchomienia takiego kursu datują się od 1915 r., nie mogły jednak w całości być urzeczywistnione z powodu ogólnych warunków, mało

sprzyjających rozwojowi szkolnictwa. W r. ak. 1921/1922 program został ostatecznie ustalony i przedstawiony Min. Ośw., które ze swej strony program ten poleciło i udzieliło zasiłku na ten cel w wysokości 500.000 mkp. Program studiów przy WSH nie uwzględnia wyłącznie potrzeb aktuariuszy, lecz został przystosowany do ogólnej organizacji naukowej tej uczelni” (Polski Instytut Aktuariuszy, 1922, s. 35).

Na przykład program na rok akademicki 1922/1923 (zob. Szkoła Główna Handlowa w Warszawie, 1938) przewidywał różnorodne przedmioty ekonomiczne w semestrach I–IV oraz arytmetykę polityczną w semestrze II dla wszystkich studentów prowadzoną przez W. Strzeleckiego, z ćwiczeniami prowadzonymi w latach 1930–1932 m.in. przez autora zbioru zadań z arytmetyki politycznej, absolwenta SGH, A. Gajęckiego (1925) i wybór przedmiotów kształtujących kierunek ubezpieczeniowy w semestrach V i VI. Rada Naukowa zalecała studentom kierunku ubezpieczeniowego wybór następujących przedmiotów: matematyka ubezpieczeniowa (W. Strzelecki, od 1936 r. Z. Łomnicki), statystyka ubezpieczeniowa (Z. Limanowski), analiza matematyczna i rachunek prawdopodobieństwa (W. Wojtowicz), prawoznawstwo ubezpieczeń (M. Kłoczewski), ekonomika ubezpieczeń (J. Łazowski), organizacja i praktyka ubezpieczeń (B. Chomicz), buchalteria ubezpieczeniowa (wakat)¹³.

W SGH planowano dalszy rozwój kierunku ubezpieczeniowego. 28 października 1938 roku Senat SGH przyjął regulamin Zakładu Nauk Ubezpieczeniowych, który rozpoczął działalność w semestrze letnim roku akademickiego 1938/1939 pod kierownictwem Łazowskiego i Łomnickiego. Do oferty dydaktycznej kierunku ubezpieczeniowego wprowadzono nowe przedmioty (Szkoła Główna Handlowa w Warszawie, 1938): podstawy taryfowe ubezpieczeń rzeczowych (wakat), elementy wyższej matematyki (A. Grużewski) i demografię (wakat).

W pracy Łazowskiego *Wiedza ubezpieczeniowa w Polsce* z 1928 roku zamieszczono informacje na temat liczby studentów kierunku ubezpieczeniowego w WSH zaprezentowane zbiorczo w tabeli nr 1 (Łazowski, 1928).

¹³ Wykład był prowadzony w latach 1926–1932 przez Edwarda Mińskiego (Tanewski, 2017, s. 23).

Z danych podanych w pracy Łazowskiego wynika, że w latach 1895–1903 na kierunku ubezpieczeniowym w Getyndze studiowało około 41 osób na roku, natomiast na politechnice wiedeńskiej w latach 1894–1901 około 25 osób. Takie stwierdzenie stanu faktycznego pozwoliło autorowi na sformułowanie następującej tezy: „Zestawienie cyfr dotyczących Getyngi i Wiednia z cyframi studium ubezpieczeniowego Wyższej Szkoły Handlowej w Warszawie wykazuje, że stan naszego studium nie przedstawia się, o ile idzie o liczebność studentów, bynajmniej opłakanie” (Łazowski, 1928, s. 27).

Tabela 1. Liczba studentów na kierunku ubezpieczeniowym w WSH

Rok akademicki	Liczba studentów	Liczba studentów na kierunku ubezpieczeniowym	
1922/23	165	5	w tym 1 studentka
1923/24	292	3	
1924/25	338	4	
1925/26	361	14	w tym 1 studentka
1926/27	440	5	
1927/28 (pocz. roku)		9	

Źródło: opracowanie własne na podstawie: Łazowski, 1928.

O kształceniu aktuariuszy w Polsce w okresie międzywojennym dowiadujemy się również z pracy przygotowanej przez PIA z okazji IX Kongresu Aktuariuszy, który odbył się w Sztokholmie w czerwcu 1930 roku. Praca została przygotowana pod redakcją J. Łazowskiego w czterech wersjach językowych: po polsku¹⁴, francusku¹⁵, angielsku¹⁶ i niemiecku¹⁷. Na s. 6 wydania polskiego i np. na s. 10 i 11 wydania francuskiego wskazano ośrodki kształcenia ubezpieczeniowego w Polsce: Uniwersytet Poznański, Wolna Wszechnica Polska

¹⁴ Polski Instytut Aktuariuszy, 1930.

¹⁵ Institut Polonais d'Actuaries, 1930, *Les Assurances en Pologne*, Etude publiée à l'occasion du IX Congrès International d'Actuaires en juin 1930, Varsovie 1930.

¹⁶ Polish Institute of Actuaries, *Insurances in Poland*: this work has been prepared on the occasion of the IX International Congress of Actuaries in June 1930, Warsaw 1930.

¹⁷ Polnische Versicherungsmathematiker-institut, 1930, *Die Versicherungen in Polen* / herausgegeben aus Anlass des IX Internationalen Aktuar-kongress im Juni 1930, Warschau 1930.

i Szkoła Nauk Politycznych w Warszawie, Wyższa Szkoła Handlowa w Poznaniu oraz Wyższa Szkoła Handlowa w Warszawie. W odniesieniu do WSH w Warszawie zaznaczono, że „jest to [kierunek ubezpieczeniowy – przyp. W.B.] systematycznie zorganizowane studium ubezpieczeniowe, poprzedzone wykładem również specjalnym analizy matematycznej. Oprócz wykładów prowadzone są dwa seminaria: ekonomiczno-prawne i matematyczne. Frekwencja studentów na studium waha się przeciętnie w granicach od 6 do 12 osób” (Polski Instytut Aktuariuszy, 1930, s. 6).

Na marginesie warto zaznaczyć, jak pisał Łazowski (1928, s. 22), że „na terenie międzynarodowym Instytut wszedł w kontakt z pokrewnymi towarzystwami na zachodzie i był reprezentowany na [VIII – przyp. W.B.] Międzynarodowym Kongresie Aktuariuszy, który odbył się w 1927 r. w Londynie”.

W IX Kongresie Aktuariuszy wzięła udział delegacja polska licząca 16 osób. W skład prezydium kongresu weszli prof. Władysław Strzelecki jako wiceprezes kongresu oraz dr Tadeusz Poznański jako sekretarz kongresu. Delegatami rządu polskiego byli: prof. dr Jan Łazowski, ówczesny dyrektor Państwowego Urzędu Kontroli Ubezpieczeń i pan Izydor Wysłouch, naczelnik wydziału w Departamencie Ubezpieczeń Społecznych Ministerstwa Pracy i Opieki Społecznej (Polski Instytut Aktuariuszy, 1933, s. 201–202). Polscy aktuariusze równie aktywnie uczestniczyli w kolejnym X Kongresie Aktuariuszy w Rzymie w 1934 roku. Delegacja z Polski liczyła 15 członków Instytutu (z członkami rodzin 27 osób), zapisane zaś były 33 osoby fizyczne i 10 osób prawnych. Oficjalnymi delegatami Rządu Rzeczypospolitej Polskiej byli dr Kazimierz Duch, podsekretarz stanu w Ministerstwie Opieki Społecznej i dr Aleksander Weryha, zastępca dyrektora w Państwowym Urzędzie Kontroli Ubezpieczeń. Jednym z honorowych wiceprzewodniczących Kongresu był dr Stefan Hubicki, minister opieki społecznej (Poznański, 1934). Warto również odnotować, że na XI Kongresie Aktuariuszy w Paryżu w 1937 roku prezentowany był referat dotyczący ubezpieczeń od bezrobocia, którego współautorem był adiunkt pracujący w SGH Egon Vielrose (Pakulski, Vielrose, 1937).

W związku z kształceniem aktuariuszy w Polsce w okresie międzywojennym podkreślić należy zasługi prof. Strzeleckiego. W „Przewodniku

Ubezpieczeniowym”, w numerze wydanym „ku czci Naczelnego Dyrektora Powszechnego Zakładu Ubezpieczeń Wzajemnych śp. Władysława Strzeleckiego” w Warszawie w styczniu 1936 roku, możemy przeczytać, że „Jemu powierzył Instytut [PIA – przyp. W.B.] w roku 1922 redakcję pisma „Wiadomości Aktuarialne”, które ukazywało się nader rzadko, ale zawierało zawsze poważne przyczynki naukowe na polu matematyki ubezpieczeniowej. W numerze 1 „Wiadomości Aktuarialnych” z roku 1922 r. umieścił W. Strzelecki *Memoriał w sprawie autoryzacji matematyków ubezpieczeniowych*” (PZUW, 1936, s. 7–8). Dodatkowo możemy znaleźć tam wzmiankę, że prof. Strzelecki pozostawił prawie gotowe do wydania rękopisy dwóch podręczników akademickich z matematyki ubezpieczeniowej i matematyki finansowej. Jeden z nich (*Matematyka ubezpieczeniowa*) ukazał się w 1939 roku wydany staraniem i nakładem Szkoły Głównej Handlowej w Warszawie oraz Powszechnego Zakładu Ubezpieczeń Wzajemnych.

Historia podręcznika *Matematyka ubezpieczeniowa* (Strzelecki, 1939) jest interesująca. W przedmowie opracowanej przez komitet redakcyjny czytamy, że powstał on na podstawie notatek sporządzonych przez dr. Kazimierza Secomskiego z wykładów prof. Strzeleckiego z 1934 roku. Do opracowania podręcznika powołany został komitet pod kierownictwem prof. Z. Limanowskiego złożony z przedstawicieli PZUW, SGH i PIA. Wykonanie prac komitet powierzył członkom PIA: dr. Romanowi Jabłonowskiemu i mgr. Mieczysławowi Presburgerowi. Ostateczną redakcję tekstu przeprowadził prof. Zbigniew Łomnicki, który od 1936 roku wykładał matematykę ubezpieczeniową w SGH w Warszawie. Rozdział pierwszy dotyczący prawdopodobieństwa śmierci oraz tablic śmiertelności został opracowany przez prof. Limanowskiego.

Swoim poziomem i zakresem podręcznik Strzeleckiego *Matematyka ubezpieczeniowa* odpowiada współczesnym wymaganiom kształcenia aktuariuszy w zakresie matematyki ubezpieczeń na życie w odniesieniu do klasycznych produktów ubezpieczeniowych i może stanowić wprowadzenie do tej dziedziny nauk aktuarialnych.

4. Kształcenie aktuariuszy w SGH w Warszawie do 1998 roku

W SGH (w latach 1949–1991 SGPiS) nie prowadzono systematycznych wykładów z ubezpieczeń. W tej dziedzinie SGH poniosła w okresie wojny poważne straty. Wojny nie przeżyli m.in. prof. Łazowski i prof. Limanowski, natomiast prof. Łomnicki służył w Polskich Siłach Zbrojnych na Zachodzie i po wojnie nie wrócił do kraju. Do 1965 roku w SGH z dyscyplin, które można zaliczyć do szeroko rozumianych zastosowań matematyki, wykładana była statystyka (w tym statystyka matematyczna), demografia i wstęp do matematyki wyższej. Przełom nastąpił w 1965 roku, gdy do programu kierunku „Ekonometria” wprowadzono wykłady z analizy matematycznej, algebry, rachunku prawdopodobieństwa, statystyki matematycznej, ekonometrii i później innych przedmiotów matematycznych (np. logiki, teorii decyzji, badań operacyjnych, analizy szeregów czasowych). Stworzone zostały tym samym solidne podstawy w kierunku analizy i modelowania zjawisk gospodarczych.

Powrót przedmiotów aktuarialnych do programu kształcenia w SGH nastąpił w 1992 roku, poczynając od matematyki finansowej i ubezpieczeń na życie (1992 r.), statystyki aktuarialnej (1994 r.), ubezpieczeń na życie i planów emerytalnych (1995 r.). W kolejnych latach ofertę dydaktyczną poszerzono o reasekurację (1996 r.), rozkłady szkód (1997 r.), wypłacalność zakładów ubezpieczeń (1998 r.) oraz przedmioty dotyczące ubezpieczeń komunikacyjnych (1998 r.).

Postulaty dotyczące autoryzacji aktuariuszy sformułowane w 1920 roku przez PIA doczekały się realizacji po 75 latach. W 1995 roku weszła w życie ustawa z 8 czerwca o zmianie ustawy o działalności ubezpieczeniowej z 28 lipca 1990 roku (Dz.U. z 1995 r. nr 96, poz. 478), która określiła obowiązki aktuariuszy i wymagania, jakim muszą sprostać aktuariusze, w tym konieczność zdawania egzaminów.

Na podstawie art. 37c ust. 1 pkt 1 znowelizowanej ustawy z dnia 28 lipca 1990 roku o działalności ubezpieczeniowej Minister Finansów zarządzeniem nr 73 z 14 listopada 1995 roku w sprawie powołania Komisji Egzaminacyjnej dla Aktuariuszy (Dz. Urz. MF z 1995 r. nr 20, poz. 90) powołał pierwszą

Komisję w składzie: Wojciech Otto – Przewodniczący Komisji, Marian Wiśniewski – Zastępca Przewodniczącego, Katarzyna Dziduszko – Sekretarz Komisji, Wojciech Bijak – Członek Komisji.

W zarządzeniu z 19 kwietnia 1996 roku (MP z 1996 r. nr 28, poz. 294) Minister Finansów określił zakres przedmiotowy egzaminów dla aktuariuszy (matematyka finansowa, matematyka ubezpieczeń życiowych, matematyka ubezpieczeń majątkowych, prawdopodobieństwo i statystyka) oraz szczegółowy zakres tematów dla każdego z przedmiotów.

Przygotowując sylabusy przedmiotów i następnie prowadząc zajęcia w SGH, poświęcano uwagę zarówno aspektom teoretycznym, jak i praktycznym, a nie przygotowywaniu do państwowych egzaminów aktuarialnych. Można zaryzykować stwierdzenie, że nieświadomie kontynuowano tradycję określoną w *Memoirale* z 1920 roku jako kształcenie teoretycznie przygotowanych praktyków.

5. Kształcenie aktuariuszy w SGH w Warszawie w latach 1999–2019

W drugiej połowie lat 90. po spotkaniu w SGH Marii Podgórskiej i Wojciecha Bijaka z Maxem Lacroix, delegatem Rady Międzynarodowego Stowarzyszenia Aktuarialnego (IAA) ds. promocji i kształcenia aktuariuszy, Maria Podgórska, dyrektor Instytutu Ekonometrii SGH, podjęła w 1998 roku decyzję o sformalizowaniu kształcenia aktuariuszy i utworzeniu tzw. ścieżki aktuarialnej kończącej się specjalnym certyfikatem. Ścieżka została wprowadzona do oferty dydaktycznej w roku akademickim 1999/2000. Obejmowała przedmioty wybierane przez studentów, poza pulą przedmiotów obowiązkowych na uczelni ekonomicznej, wymienione w tabeli 2.

W 2010 roku ścieżkę aktuarialną zamieniono na dwie specjalności, tzw. międzykierunkowe umożliwiające uzyskanie certyfikatu: „Wprowadzenie do metod aktuarialnych” na studiach licencjackich (koordynator: Maria Podgórska) oraz „Ubezpieczenia – metody aktuarialne” na studiach magisterskich (koordynator: Wojciech Bijak).

Tabela 2. Przedmioty ścieżki aktuarialnej, których zaliczenie było podstawą uzyskania certyfikatu „Metody aktuarialne”

Lp.	Nazwa przedmiotu	Lp.	Nazwa przedmiotu
1.	Rachunek prawdopodobieństwa	8.	Statystyka aktuarialna
2.	Demografia	9.	Ubezpieczenia komunikacyjne i życiowe – modele Markowa
3.	Matematyka w bankowości i biznesie	10.	Teoria ryzyka – podstawy matematyczne
4.	Teoria prognozy lub Ekonometria stosowana	11.	Rozkłady szkód
5.	Statystyka matematyczna	12.	Ubezpieczenia na życie i plany emerytalne
6.	Procesy stochastyczne	13.	Reasekuracja
7.	Modele i prognozy demograficzne	14.	Wypłacalność zakładów ubezpieczeniowych

Źródło: opracowanie własne na podstawie Informatora Instytutu Ekonometrii SGH.

Przedmioty wymagane na specjalności międzykierunkowej „Wprowadzenie do metod aktuarialnych” na studiach licencjackich przedstawiono w tabeli 3, natomiast na specjalności międzykierunkowej „Ubezpieczenia – metody aktuarialne” na studiach magisterskich w tabeli 4.

Tabela 3. Specjalność międzykierunkowa „Wprowadzenie do metod aktuarialnych” na studiach licencjackich

Lp.	Nazwa przedmiotu obowiązkowego	Lp.	Nazwa przedmiotu fakultatywnego**
1.	Matematyka finansowa i ubezpieczeniowa lub Matematyka finansowa	5.	Matematyczne modele ryzyka i ich zastosowania
2.	Wstęp do statystyki aktuarialnej	6.	Ubezpieczenia*
3.	Ubezpieczenia życiowe	7.	Ubezpieczenia gospodarcze*
4.	Wprowadzenie do ubezpieczeń komunikacyjnych	8.	Ubezpieczenia pielęgnacyjne*
		9.	Produkty ubezpieczeniowe*
		10.	Prawo ubezpieczeniowe*

* Przedmioty prowadzone przez pracowników spoza Instytutu Ekonometrii.

** Do wyboru trzy przedmioty.

Źródło: opracowanie własne na podstawie Informatora Instytutu Ekonometrii SGH.

Tabela 4. Specjalność międzykierunkowa „Ubezpieczenia – metody aktuarialne” na studiach magisterskich

Lp.	Nazwa przedmiotu obowiązkowego	Lp.	Nazwa przedmiotu fakultatywnego**
1.	Statystyka aktuarialna i teoria ryzyka	5.	Modele ubezpieczeń komunikacyjnych
2.	Reasekuracja – aspekty aktuarialne lub Wypłacalność zakładów ubezpieczeniowych	6.	Metody symulacji w ubezpieczeniach i finansach
3.	Rachunkowość w zakładzie ubezpieczeń*	7.	Ubezpieczenia społeczne*
4.	Ubezpieczenia na życie i plany emerytalne	8.	Statystyka matematyczna I

* Przedmioty prowadzone przez pracowników spoza Instytutu Ekonometrii.

** Do wyboru dwa przedmioty.

Źródło: opracowanie własne na podstawie Informatora Instytutu Ekonometrii SGH.

W SGH zajęcia z przedmiotów aktuarialnych w roku akademickim 2018/2019 prowadzili: Maria Podgórska, Wojciech Bijak, Agata Boratyńska, Marek Męczarski, Łukasz Delong, Rafał Łochowski, Marcin Topolewski, Barbara Cieślik. W SGH działa Studenckie Koło Naukowe (SKN) *Actuarial Science & Quantitative Finance* pod opieką naukową Łukasza Pawelca, m.in. przygotowujące studentów do państwowych egzaminów aktuarialnych.

W latach 1992–2018 w SGH napisane zostały 44 prace licencjackie, około 100 prac magisterskich, 8 doktoratów¹⁸ i 4 habilitacje o tematyce aktuarialnej. W latach 1999–2018 Instytut Ekonometrii SGH wydał 52 certyfikaty „Metody aktuarialne”, 24 certyfikaty „Wprowadzenie do metod aktuarialnych” oraz 8 certyfikatów „Ubezpieczenia – metody aktuarialne”. Pierwsi absolwenci SGH zaczęli zdawać państwowe egzaminy aktuarialne w 2001 roku. Na początku 2019 roku na ogólną liczbę 398 aktuariuszy wpisanych do rejestru KNF było 36 absolwentów SGH. Można zacytować przywołaną już wcześniej opinię prof. Łazowskiego, że „stan naszego studium [kształcenia aktuariuszy w SGH – przyp. W.B.] nie przedstawia się, o ile idzie o liczebność studentów [aktuariuszy – przyp. W.B.], bynajmniej opłakanie” (por. s. XX).

¹⁸ Promotorką sześciu doktoratów była Maria Podgórska, natomiast kolejnych Łukasz Stettner (IM PAN) oraz Marek Męczarski.

Instytut Ekonometrii SGH wspólnie z Katedrą Statystyki Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Instytutem Matematycznym Uniwersytetu Wrocławskiego, Wydziałem Nauk Ekonomicznych Uniwersytetu Warszawskiego i Centrum Zastosowań Matematyki Instytutu Matematycznego PAN organizuje cyklicznie Ogólnopolską Konferencję Aktuarną pt. „Zagadnienia aktuarnie – teoria i praktyka”. W SGH konferencja odbyła się w latach 2009, 2012¹⁹, 2014, 2017. Dorobek każdej z konferencji opublikowano w „Rocznikach Kolegium Analiz Ekonomicznych” kolejno w zeszytach: 21/2010, 31/2013, 37/2015, 51/2018. Prace poświęcone zagadnieniom aktuarnym znajdują się również w następujących zeszytach „Roczników Kolegium Analiz Ekonomicznych”: 6/1998, 14/2005, 17/2007, 18/2008. Najważniejsze wyniki prac badawczych zespołu Instytutu Ekonometrii w obszarze nauk aktuarnych podane są w pracy prof. M. Podgórskiej (2017, s. 140–157).

6. Perspektywy kształcenia aktuariuszy w SGH w Warszawie

Na konferencji aktuarniej pt. „Pewność w ryzyku” zorganizowanej przez SKN Statystyki w 2019 roku z okazji 20-lecia specjalizacji aktuarniej w SGH Łukasz Delong przedstawił kierunki zmian w kształceniu aktuariuszy w SGH. Zmiany są spowodowane z jednej strony koniecznością częściowego dostosowania kształcenia do nowych wymagań egzaminacyjnych na państwowych egzaminach aktuarnych, a z drugiej do wyzwań stojących przed aktuariuszami w obecnych czasach.

9 grudnia 2016 roku wydano rozporządzenie Ministra Rozwoju i Finansów w sprawie egzaminu aktuarnego (Dz.U. z 2016 r., poz. 2182) określające m.in. zakres obowiązujących tematów egzaminu podzielonych na bloki. Na egzamin aktuarny składają się następujące przedmioty: matematyka finansowa, prawdopodobieństwo i statystyka, matematyka ubezpieczeń na życie,

¹⁹ Konferencja organizowana wspólnie z Instytutem Matematycznym PAN odbyła się w siedzibie IM PAN.

matematyka pozostałych ubezpieczeń osobowych i majątkowych, ekonomia, rachunkowość i sprawozdawczość finansowa w zakładzie ubezpieczeń, modelowanie, zarządzanie ryzykiem zakładu ubezpieczeń, prawo ubezpieczeniowe i prawo podatkowe. Można przy okazji zauważyć, że obecnie obowiązujący zakres egzaminów aktuarialnych jest w zasadzie zgodny z tym, jaki był postulowany w 1920 roku przez Polski Instytut Aktuariuszy.

Na specjalności „Wprowadzenie do metod aktuarialnych” na studiach licencjackich, koordynowanej przez Agatę Boratyńską, wprowadzono od roku akademickiego 2019/2020 jako przedmioty obowiązkowe: wstęp do statystyki aktuarialnej, ubezpieczenia życiowe, matematyczne modele ryzyka, modele Markowa i analizę przeżyć, prawo ubezpieczeniowe oraz jako przedmioty dodatkowe: modelowanie ryzyka finansowego z R, wizualizację i raportowanie analiz statystycznych, wprowadzenie do ubezpieczeń komunikacyjnych, produkty ubezpieczeniowe, finanse zakładów ubezpieczeniowych, symulacje przy wykorzystaniu arkusza kalkulacyjnego.

Na specjalności „Ubezpieczenia – metody aktuarialne” na studiach magisterskich, koordynowanej przez prof. Delongą, wprowadzono od roku akademickiego 2019/2020 jako przedmioty obowiązkowe: statystykę aktuarialną i teorię ryzyka, modelowanie aktuarialne, wypłacalność zakładów ubezpieczeń, rachunkowość w zakładzie ubezpieczeń oraz jako przedmioty dodatkowe: metody stochastyczne w finansach, reasekurację – aspekty aktuarialne, techniki aktuarialne w praktyce ubezpieczeń na życie (zajęcia prowadzone przez aktuariusz z towarzystwa ubezpieczeń „Aviva”), *data mining*, zarządzanie ryzykiem.

Profesor Delong zasygnalizował w swoim referacie, że pod jego kierownictwem w SGH odbywać się będzie Szkoła Nauk Aktuarialnych organizowana wspólnie z Polskim Stowarzyszeniem Aktuariuszy oraz zajęcia doszkalające dla aktuariuszy w ramach programu stałego podnoszenia kwalifikacji zawodowych swoich członków (programu CPD).

7. Zakończenie

W pracy uwagę skoncentrowano na kształceniu aktuariuszy w SGH ze względu na blisko 100-letnią jego historię. Warto tutaj wymienić inne uczelnie i instytucje, które mają duży wkład w rozwój nauk aktuarialnych w Polsce oraz kształcenie aktuariuszy. Oczywiście lista ze swej natury nie będzie pełna i w zasadzie powinna być stale uzupełniana przez poszczególne ośrodki akademickie w Polsce.

Od początku lat 90. w kształcenie aktuariuszy zaangażował się Uniwersytet Warszawski, szczególnie Wydział Nauk Ekonomicznych (WNE UW). Na WNE UW we współpracy z Polskim Stowarzyszeniem Aktuariuszy (PSA) była prowadzona Letnia Szkoła Nauk Aktuarialnych pod kierunkiem Wojciecha Otto. Wydział był również organizatorem Ogólnopolskiej Konferencji Aktuarialnej.

Inicjatorem organizowania Ogólnopolskiej Konferencji Aktuarialnej i wielokrotnym przewodniczącym jej komitetu programowego był Walenty Ostasiewicz z Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu. W kształcenie aktuariuszy zaangażowany jest również Uniwersytet Wrocławski, Politechnika Wrocławska oraz Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu. Nauki aktuarialne wykładane są też na Politechnice Warszawskiej i Politechnice Łódzkiej, Uniwersytecie Gdańskim.

Istotną rolę w kształceniu aktuariuszy w Polsce odgrywa Polskie Stowarzyszenie Aktuariuszy. Jest współorganizatorem Szkoły Nauk Aktuarialnych, prowadzi kursy profesjonalizmu. Od 1 maja 2019 roku PSA wprowadziło stałe podnoszenie kwalifikacji zawodowych swoich członków (CPD). Wymaganie określone w CPD może być realizowane przez członków Stowarzyszenia m.in. przez udział w aktuarialnych szkoleniach, konferencjach, warsztatach krajowych, zagranicznych lub organizowanych przez pracodawcę, uczestnictwo w wykładach na tematy aktuarialne, udział w krajowych lub międzynarodowych grupach roboczych zajmujących się tematami aktuarialnymi, prowadzenie szkoleń, konferencji, wykładów, warsztatów aktuarialnych, prowadzenie badań aktuarialnych.

Bibliografia

- Bochenek M. (2008). *Zygmunt Rewkowski – nieznany polski ekonomista i statystyk*, „Acta Universitas Nicolai Copernici”, *Ekonomia XXXVIII – Nauki Humanistyczno-Społeczne*, z. 388, s. 239–254.
- Danielewicz A.B. (1884). *Z dziedziny statystyki matematycznej*, Warszawa: Drukarnia Noskowskiego.
- Danielewicz A.B. (1896). *Podstawy matematyczne ubezpieczeń życiowych*, Warszawa.
- Danielewicz A.B., Dickstein S. (1910). *Zarys arytmetyki politycznej* Warszawa: nakładem: b. Wychowawców Szkoły Handlowej im. Leopolda Kronenberga.
- Dickstein S., Danielewicz A.B. (1897). *Podstawy matematyczne ubezpieczeń życiowych*, „Wiadomości Matematyczne”, t. 1, z. 1, s. 36–39.
- Dyrekcja Ubezpieczeń (1853). *Zbiór urzędzeń i wiadomości dotyczących się zabezpieczeń na życie*, Warszawa: Drukarnia Stanisława Strąbskiego.
- Gajęcki A. (1925). *Podstawowe wiadomości z arytmetyki politycznej i zbiór zadań*, Warszawa.
- Garbiński K. (1823). *Rys filozoficzny zasad rachunku losów, czyli rachunku prawdopodobieństwa*, „Pamiętnik Warszawski”, t. VI, nr III, s. 278–310, nr 4, s. 382–405.
- Institut Polonais d'Actuaries, *Les Assurances en Pologne*, Etude publiée à l'occasion du IX Congrès International d'Actuaires en juin 1930, Varsovie 1930.
- Kugler F. (1898). *Arytmetyka polityczna*, Warszawa.
- Lorey W. (1930). *Rola matematyki ubezpieczeniowej wewnątrz wiedzy i praktyki ubezpieczeń*, osobne odbicie z t. 32 „Wiadomości Matematycznych”.
- Łazowski J. (1928). *Wiedza ubezpieczeniowa w Polsce wraz z polską bibliografią ubezpieczeniową opracowaną przez Z. Szymańskiego*, odbitka z „Ekonomisty”, t. 2, Warszawa.
- Łuszczewski W. (1841). *O początkach, naturze i przyszłości towarzystw zabezpieczenia od losowych przypadków*, Warszawa.
- Малешевский Б. (1889–1890). *Теория и практика пенсионных касс*, Томъ I, Томъ II Часть I, II, Томъ III, Приложение, С.-Петербургъ.
- Michalski T., Śliwiński A. (red.) (2017). *Księga jubileuszowa. 100 lat edukacji ubezpieczeniowej w SGH*, Warszawa: Oficyna Wydawnicza SGH.
- Ostasiewicz W. (red.) (2013). *Na ścieżkach historii statystyki*, Wrocław: Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu.
- Pakulski J., Vielrose E. (1937). *Zur Frage der technischen Grundlagen der Arbeitslosenversicherung*, Extrait du XI Congrès International d'Actuaries, Gauthier-Villars, Imprimeur, Paris.

- Pamiętnik (1927). *Pamiętnik dwudziestolecia Wyższej Szkoły Handlowej w Warszawie 1906–1926*, Warszawa: WSH.
- Pawłowski A. (1913). *Zasady arytmetyki politycznej*, Lwów.
- Podgórska M. (2017). *Wkład Instytutu Ekonometrii w rozwój edukacji ubezpieczeniowej w SGH*, w: *Księga jubileuszowa. 100 lat edukacji ubezpieczeniowej w SGH*, T. Michalski, A. Śliwiński (red.), Warszawa: Oficyna Wydawnicza SGH.
- Polish Institute of Actuaries (1930). *Insurances in Poland*: this work has been prepared on the occasion of the IX International Congress of Actuaries in June 1930, Warsaw.
- Polnische Versicherungsmathematiker-institut (1930). *Die Versicherungen in Polen* / herausgegeben aus Anlass des IX Internationalen Aktuar-kongress im Juni 1930, Warschau.
- Polski Instytut Aktuariuszy (1922). „Wiadomości Aktuarialne”, z. 1.
- Polski Instytut Aktuariuszy (1930). *Ubezpieczenia w Polsce*, Praca wydana z okazji IX Międzynarodowego Kongresu Aktuariuszy w czerwcu 1930 r., Warszawa.
- Polski Instytut Aktuariuszy (1933). „Wiadomości Aktuarialne”, z. 2.
- Poznański T. (1934). *X Międzynarodowy Kongres Aktuariuszy, Referat sprawozdawczy Tadeusza Poznańskiego*, Biblioteczka „Przeglądu Ubezpieczeń Społecznych”, nr 11.
- PZUW (1936). „Przewodnik Ubezpieczeniowy” 1936, numer wydany „ku czci Naczelnego Dyrektora Powszechnego Zakładu Ubezpieczeń Wzajemnych śp. Władysława Strzeleckiego” w Warszawie w styczniu 1936 r.
- „Roczniki Kolegium Analiz Ekonomicznych”, 6/1998, 14/2005, 17/2007, 18/2008, 21/2010, 31/2013, 37/2015, 51/2018, SGH, Warszawa.
- Rozmarynowicz T. (1886). *Matematyczne podstawy ubezpieczenia na wypadek niezdolności do pracy w zastosowaniu do urzędzenia kas emerytalnych*, Warszawa.
- Rozporządzenie Ministra Rozwoju i Finansów z 9 grudnia 2016 r. w sprawie egzaminu aktuarialnego, Dz.U. z 2016 r., poz. 2182.
- Słomiński J. (1846). *Rachunki odnoszące się do zabezpieczeń na życie*, w: F.A. Zubelewicz, *Rachunkowość handlowa w ważniejszych jej zastosowaniach*, Warszawa: Drukarnia Banku Polskiego.
- Strzelecki W. (1939). *Matematyka ubezpieczeniowa*, Warszawa: SGH, PZUW.
- Szczeńiak M. (2003). *Zarys dziejów ubezpieczeń na ziemiach polskich*, Warszawa: WSUiB.
- Szkoła Główna Handlowa w Warszawie (1938). *Skład osobowy i spis wykładów na rok akademicki 1938/39*, Warszawa.
- Tanewski P. (2017). *Edukacja ubezpieczeniowa w Wyższej Szkole Handlowej/Szkole Głównej Handlowej w okresie międzywojennym*, w: *Księga jubileuszowa. 100 lat edukacji ubezpieczeniowej w SGH*, T. Michalski, A. Śliwiński (red.), Warszawa: Oficyna Wydawnicza SGH.

- Ustawa z 8 czerwca 1995 r. o zmianie ustawy o działalności ubezpieczeniowej, o zmianie rozporządzenia Prezydenta Rzeczypospolitej – Kodeks handlowy oraz o zmianie ustawy o podatku dochodowym od osób prawnych, Dz.U. z 1995 r. nr 96, poz. 478.
- Więśław W. (2009). *Zygmunt Rewkowski (1807–1893) – vitae pars prima*, „Antiquitates Mathematicae”, t. 3, s. 117–135.
- Więśław W. (2013). *Początki rachunku prawdopodobieństwa na ziemiach polskich*, w: *Na ścieżkach historii statystyki*, W. Ostasiewicz (red.), Wrocław: Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu.
- Wyższa Szkoła Handlowa w Warszawie (1922). *Spis wykładów i program studiów w roku akademickim 1922/23*, Warszawa.
- Zarządzenie Ministra Finansów nr 73 z 14 listopada 1995 r. w sprawie powołania Komisji Egzaminacyjnej dla Aktuariuszy, Dz. Urz. MF z 1995 r. nr 20, poz. 90.
- Zarządzenie Ministra Finansów z dnia 19 kwietnia 1996 r. w sprawie regulaminu działania Komisji Egzaminacyjnej dla Aktuariuszy, wynagrodzenia jej członków, trybu składania egzaminu, zakresu tematów egzaminacyjnych oraz wysokości opłat egzaminacyjnych, MP z 1996 r. nr 28, poz. 294.
- Zubelewicz F.A. (1846). *Rachunkowość handlowa w ważniejszych jej zastosowaniach*, Warszawa: Drukarnia Banku Polskiego.

Rozdział 2

ABERRACJE WOLNORYNKOWE UBEZPIECZEŃ

1. Wstęp

Wielka transformacja gospodarki rynkowej w społeczeństwo rynkowe, którą dokładnie opisał K. Polanyi, doprowadziła do wielu wynaturzeń społecznych. Z punktu widzenia tradycyjnych wartości cywilizacji zwanej zachodnią, szatańskie młyny (*satanic mills*) wolnego rynku, niszcząc spójność społeczną, przemielili społeczeństwo w masę pojedynczych atomów, egoistycznych i samolubnych istnień ludzkich. Niewyobrażalnie coraz powszechniej zaczęto uważać za zalety to wszystko, co dotychczas było ludzkimi ułomnościami. Wstydlive i potępiane samolubstwo, chciwość i egoizm przekształciły się w „interes własny”, wysoko ceniony na rynku. Jeszcze na przełomie XX i XXI wieku polisy ubezpieczeń życiowych były stygmatyzowane jako amoralne „kupczenie” życiem. Fabrykowanie obligacji śmierci i handlowanie nimi wydawać by się mogło makabrycznym wymysłem niezdrowego umysłu. A jednak to realny „instrument finansowy” wymyślony na Wall Street, bardzo pożądanym przez

giełdziarzy, ale też i będący przedmiotem badań naukowych i akademickich publikacji naukowych.

Jeśli budzi to odrazę, to zasadne jest stawianie pytań typu: jak to wszystko jest możliwe, dlaczego takie aberracje moralne są tolerowane przez elity intelektualne, dlaczego sprzeciw wyrażają tylko tzw. ruchy oddolne inicjowane przez organizacje pozarządowe? A dlaczego rząd nie rządzi?

W latach 20. ubiegłego stulecia A. Gramsci dowodził, że przez hegemonię kulturalną można uzyskać pożądaną świadomość społeczną. Obecną akceptację „młynów diabelskich” osiągnięto na podobnej zasadzie, ale skuteczniejszej. Wprowadzono nową religię, której bóstwem jest rynek, a jego domy modlitewne to galerie handlowe. Dawny merkantylizm wsparty niewyobrażalnym rozwojem technologicznym oferuje ludziom niewyobrażalne możliwości zaspokajania nie tylko realnych potrzeb życiowych.

Człowiek stał się nadczłowiekiem, ale „im bardziej stajemy się nadludzczy, tym bardziej stajemy się nieludzczy”. Słowa te wypowiedziane przez A. Schweitzera podczas ceremonii noblowskiej w 1952 roku przypomniał E. Fromm w 1976 roku i ostrzegął: „Po raz pierwszy w historii samo istnienie ludzkiej rasy zależy od radykalnej odmiany ludzkiego serca” (Fromm, 1999, s. 47). Trzy lata wcześniej podobne apele do świata kierował E. Schumacher (1981, s. 168), twierdząc, że współczesny świat opanowany przez technikę znalazł się w trzech kryzysach jednocześnie; natura ludzka „dusi się i głupieje w nieludzkich strukturach technicznych”, środowisko naturalne „jęczy i wije się w boleściach”, zasoby nieodtwarzalne się wyczerpują. „Každy z tych kryzysów – albo chorób, jeśli można użyć tego pojęcia – może się okazać śmiertelny”.

Uniknąć tych chorób możemy przez „radykalną odmianę ludzkiego serca”. Wpływ na odmianę ludzkiego serca mają dwie ważne instytucje społeczne: religia i edukacja. Religia w tradycyjnym rozumieniu koncentruje się na celach eschatologicznych, edukacja zaś dotyczy bardziej życia doczesnego niż przyszłego.

Niniejsze opracowanie, jako głos w dyskusji, zawiera krytyczne uwagi na temat pewnych aspektów edukacji akademickiej, sprzyjającej bardziej okamienieniu serca niż jego odmianie.

2. *Mercantorae regunt mundum*

Król Salomon w Księdze Mądrości stwierdza: „aleś Ty wszystko urządził według miary i liczby, i wagi!” (Mdr 11, 20). O tym, że świat jest urządzony według harmonii liczbowej, wiemy z nauk pitagorejczyków. Znane jest powiedzenie samego Pitagorasa *arithmo de te pant' epeoiken*, które oznacza, że tylko za pomocą liczb można poznać wszystko, co jest możliwe do poznania. Sentencję Pitagorasa przetłumaczono na język łaciński jako *numeri regunt mundum*, czyli liczby rządzą światem (por. Tanner, 1981). Od 1995 roku z pracy D. Kortena (2002) wiemy, że doczesnością wszechświata rządzą korporacje.

Korporacje znane były już w starożytności. To Rzymianie po raz pierwszy już 300 lat przed rozpoczęciem nowej ery wymyślili organizację o nazwie *societas publicanorum*. Była to jednak instytucja ściśle kontrolowana. Po dwu tysiącach lat korporacje wciąż były pod kontrolą. Świadectwem tego jest ustawa *Bubble Act* z 1720 roku i przykład Kompanii Mórz Południowych, która powstała w 1710 roku, ale już w 1720 roku musiała zakończyć swą niechlubną działalność.

Po kolejnych 300 latach już korporacje przejęły kontrolę nad państwem, stały się bowiem o wiele potężniejsze. Na przykład w 2018 roku dochód narodowy Polski wynosił 585,8 mld dolarów, Czech – 245,2, Węgier – 155,7, zaś Słowacji – 106,5 mld. Porównajmy to z listą 16 najpotężniejszych korporacji, które w sposób sekretny sterowały światem (Kumar, 2019). Korporacje te przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Szesnaście korporacji, które w 2018 roku rządziły światem

Lp.	Korporacja	Dochód w 2018 mld dol.	Liczba zatrudnionych
1.	Walmart	514,4	2 200 000
2.	Volkswagen Group	278,0	302 554
3.	Berkshire Hathway	247,5	389 000
4.	Royal Dutch Shell	388,4	86 000
5.	Apple	265,0	132 000

cd. tabeli 1

Lp.	Korporacja	Dochód w 2018 mld dol.	Liczba zatrudnionych
6.	Toyota	265,0	369 124
7.	Exxon Mobil	279,3	71 000
8.	Amazon	232,887	617 500
9.	Samsung	210,9	320 671
10.	AT&T	170,756	273 210
11.	Alphabetic Inc	136, 82	98 771
12.	Nestle	90,7	308 000
13.	Boeing	119,127	153 027
14.	Facebook	55, 838	30 275
15.	The Walt Disney Co.	59,434	201 000
16.	Tata Group	110,7	702 454

Źródło: <https://revolutionary-entrepreneur.com/16-powerful-corporations-that-secretly-control-the-world-part-1/> [dostęp: 22.01.2020].

Korporacje posiadały, a raczej im dano, tak potężną władzę z chwilą, gdy poprzez przyznaną im osobowość prawną uczyniono z nich sztuczne osoby mające te same prawa co normalne osoby, prawa gwarantowane konstytucyjnie.

Przypomnijmy, konstytucja USA była ostatecznie uchwalona w 1865 roku. Rok później została uzupełniona 14. poprawką, w której jest m.in. następujący zapis: nie może też żaden stan pozbawić żadnej osoby życia, wolności lub mienia bez prawidłowego wymiaru sprawiedliwości ani odmówić jakiejkolwiek osobie na swoim obszarze równej ochrony prawa¹.

W 1886 roku Sąd Najwyższy orzekł, że pojęcie „osoba” (*person*) użyte w tej poprawce obejmuje również organizacje złożone z ludzi (*organizations of people*), czyli korporacje. W ten sposób w roku 1886 pojawiło się pojęcie „osobowość korporacyjna” (*corporate personhood*), czyli obok „zwykłych” osób pojawiły się „sztuczne” osoby, których prawa także są chronione konstytucyjnie.

Konstytucja USA rozpoczyna się słowami *We the People*. W roku 2018 Win- kler wydał książkę o znamienym tytule: *We the Corporations: How American*

¹ *Nor shall any State deprive any person of life, liberty, or property, without due process of law; nor deny to any person within its jurisdiction the equal protection of the laws.*

Businesses Won Their Civil Rights, w której przedstawił dość szczegółową historię powstania osób korporacyjnych i ich praw.

Niezależnie od tego, że prawa korporacji chronione są konstytucją, to korporacje mają swój „własny” rząd, jest nim Światowa Organizacja Handlu (WTO). Organizacja ta została utworzona w 1995 roku. W odróżnieniu od innych światowych organizacji, działających zwykle w strukturach ONZ, WTO jest organizacją autonomiczną, niezależną od ONZ. Ma ona władzę większą od każdej organizacji międzynarodowej, włącznie z ONZ. Organizacja WTO ma trzy podstawowe prerogatywy każdego rządu, a mianowicie ma władzę wykonawczą, legislacyjną, a także sądowniczą (por. Wise, 1964).

WTO stosuje własną wykładnię „praw człowieka”. Taką samą, jaką stosują Stany Zjednoczone, szczególnie prawa człowieka do wyżywienia w pojęciu Stanów Zjednoczonych oraz „ich organizacji najemnych”, takich jak WTO, MFW czy Bank Światowy, co jest nadużyciem. Ważniejsze są bowiem prawa obywatelskie i polityczne (por. Ziegler, 2013). Na tej podstawie J. Ziegler pełniący w latach 2000–2009 funkcję Specjalnego Sprawozdawcy ONZ ds. Prawa Wyżywienia obarcza WTO, MFW i częściowo Bank Światowy winą za „zorganizowaną głodową Apokalipsę”, nazywając te instytucje trzema jeźdźcami Apokalipsy (Ziegler, 2013, s. 187).

Obecnie jesteśmy świadkami tego, że „niewidzialny rząd” swymi rządami obejmuje sferę szkolnictwa wyższego na całym świecie. Uniwersytety upodobniają się coraz bardziej do „zwykłych” korporacji.

„Ideologia biznesu przesiąka też medycynę. Na scenę wyszli politycy, administratorzy, księgowi”, tak pisze A. Szczeklik (2003, s. 141) i cytuje fragment wypowiedzi redaktora naczelnego „Lancetu”: „Za ich żargonem, bełkotem o społecznie sprawiedliwym gospodarowaniu zasobami ludzkimi i materialnymi kryje się pustka” (za: Szczeklik, 2003, s. 141). Szpitale stają się także przedsiębiorstwami, które muszą prowadzić efektywną „gospodarkę”.

Posługując się klasyfikacją zaburzeń psychicznych Amerykańskiego Towarzystwa Psychiatrycznego, analizując różne objawy, jakie towarzyszą różnym zaburzeniom, stwierdzono, że korporacje z nadwyżką wykazują cechy kwalifikujące

do zdiagnozowania choroby „antyspołeczne zaburzenie osobowości”, typowej dla psychopatów (por. Patel, 2010; Bakan, 2006).

Z kolei Louis Dembitz Brandeis (1856–1941), słynny sędzia Sądu Najwyższego, nazwał korporacje w 1933 roku potworami Frankensteina.

Te niesympatyczne określenia nie wynikają li tylko z braku sympatii, ale z faktu dokonywania realnych przestępstw. W swej pogoni za zyskiem zdarza się korporacjom nie zauważać norm społecznych, przepisów prawa, a nawet z całą świadomością popełniać przestępstwa. Istnieje międzynarodowa organizacja o nazwie Global Exchange, która każdego roku publikuje raporty pt. *Top Corporate Criminals*, w których podawana jest lista największych przestępców korporacyjnych. To znaczy takich, którzy nie przestrzegają praw człowieka, niszczą środowisko i ogólnie takich, którzy popełniają przestępstwa określane jako przestępstwa urzędnicze (*white-collar corporate crime*).

Niżej podana jest lista 10 największych kryminalistów korporacyjnych z 2018 roku².

1. Asia Pulp and Paper,
2. CoreCivic (była CCA),
3. Johnson & Johnson,
4. Lockheed Martin,
5. Monsanto/Bayer,
6. Navient Student Loan Services,
7. Royal Dutch Shell and Chevron,
8. Sig Sauer,
9. Walmart,
10. Wells Fargo and JPMorgan Chase.

Sztucznych osób w więzieniach się nie zamyka, płacą kary. Niezależnie od jej wysokości, kary wliczane są do kosztów uzyskania przychodu. Mandaty karne osób sztucznych opłacają osoby ludzkie.

Oprócz grupy korporacji zaliczanych do potworów Frankensteina istnieje potężny kompleks korporacji konsumpcyjnych (*corporate consumption complex*

² <https://globalexchange.org/2018/11/3/ten-top-corporate-criminals-of-2018/> [dostęp: 20.01.2020].

– CCC), który prowadzi działalność legalną, ale letalną, tak ją bowiem określił Freudenberg (2016). Według niego jest to sześć gałęzi przemysłu: tytoniowy, spożywczy, alkoholowy, motoryzacyjny, zbrojeniowy i farmaceutyczny. Są to jeźdźcy Apokalipsy (*six horsemen of the Apocalypse*).

Trzecią grupę korporacji, stanowiącą przedmiot krytyki prezentowanej w niniejszym opracowaniu, tworzy dość liczna grupa korporacji finansowo-ubezpieczeniowych. Ta grupa nie jest zaliczana ani do potworów Frankenstein, ani też nie prowadzi działalności typu „wektorów chorobowych”, tak jak kompleks CCC, prowadzi zaś legalną działalność upiorną, typu hien cmentarnych. Firmy tej grupy traktowane są jako wampiry wieku XX.

Do grupy tej należą korporacje zarabiające na kosterstwie cudzą śmiercią. Legalizacji takiej działalności dokonano w wyniku odpowiedniej obróbki ideologicznej, która skrótowo przedstawiona jest w następnym podrozdziale.

3. Umoralnianie zakładów o śmierć

Istota „ubezpieczenia na życie” polega na tym, że „osoba ubezpieczona” kupuje polisę ubezpieczeniową, która gwarantuje wypłacenie osobie upoważnionej (wskazanej w polisie) określonej kwoty pieniędzy po śmierci osoby ubezpieczonej. Warto zwrócić uwagę na przewrotność językową samego określenia tego typu ubezpieczeń.

W ubezpieczeniach majątkowych ubezpieczane jest mienie stanowiące własność osoby ubezpieczającej. Ubezpiecza się na wypadek uszkodzenia lub utraty mienia. Ubezpieczenie polega na od-szkodowaniu poniesionej szkody.

W przypadku ubezpieczenia na życie nie jest ubezpieczane życie osoby ubezpieczanej, przedmiotem ubezpieczenia (i jednocześnie zdarzeniem ubezpieczeniowym) jest raczej śmierć osoby ubezpieczonej.

Ubezpieczenie tego typu to więc ubezpieczenie na wypadek śmierci osoby ubezpieczonej (*death insurance*). Brzmi to jednak nieprzyjemnie i dlatego nazwano je ubezpieczeniami życiowymi (*life insurance*).

Ponadto, już dawno podkreślano, że takie ubezpieczenia na wypadek śmierci osoby kupującej polisę to zakłady o śmierć. Istota takiego zakładu polega na tym: kupujesz bilet na loterię (los) organizowaną przez firmę ubezpieczeniową. Loteria ta ma postać:

twoja wygrana wynosi np. 10 000 zł,
tę kwotę wygrywasz, jeśli umrzesz,
jeśli żyjesz, to musisz płacić składki

Zakładasz się więc o swoją śmierć przedwczesną, gdyż im wcześniej umrzesz, tym szybciej wygrasz.

Świadomość takiego hazardu traktowanego jako wyzywanie losu stanowiła bardzo poważną przeszkodę w rozwoju tego typu zarabiania przez firmy ubezpieczeniowe.

Drugą przeszkodą były same osoby uposażane. W wielu badaniach przeprowadzanych przez firmy ubezpieczeniowe ewentualne wdowy podkreślały swój zdecydowany opór korzystania z pieniędzy uzyskanych ze śmierci ukochanej osoby, nawet gdyby te pieniądze służyły li tylko ułatwieniu znoju życia.

Wreszcie trzecią przeszkodę stanowiło określenie kwoty zakładu o śmierć. Trzeba było ocenić wartość życia ludzkiego. Życie ludzkie to przecież świętość i nie może podlegać żadnej wycenie ani żadnemu handlowaniu. Kupczenie śmiercią to profanacja świętości.

W celu przełamania tych oporów, zastosowano agresywną kampanię propagandową, wykorzystując wszelkie znane techniki rynkowania. Przede wszystkim już w pierwszej połowie wieku XIX powołano do życia agentów specjalizujących się w łamaniu oporów psychicznych podczas spotkań osobistych z klientami. Spotkania w cztery oczy okazały się niezwykle skuteczne.

V. Zelizer wyróżniła cztery podstawowe metody zmiany opinii publicznej, tak aby ubezpieczenia życiowe były przynajmniej tolerowane, jeśli nie pożądane, mianowicie:

- traktować ubezpieczenia życiowe jako rytuał świecki,
- przekonać społeczeństwo, że ubezpieczenia takie to nic innego jak świecki dodatek do religijnego wymogu tzw. dobrej śmierci,

- przekonać społeczeństwo, że to też forma nieśmiertelności,
- przekonać społeczeństwo do akceptacji monetarnej wartości życia ludzkiego.

Traktowanie ubezpieczeń życiowych jako rytuału świeckiego polegało na tym, że na początku XIX wieku firmy ubezpieczeniowe zaczęły reklamować swoje usługi, podkreślając ich niefinansowy charakter, traktując je jako parasol ochronny dla wdów czy sierot, jako formę pocieszenia. Firmy ubezpieczeniowe reklamowały swoją działalność jako altruistyczną, nawet jako pełen wyrzeczeń prezent, która nie ma nic wspólnego z zyskową inwestycją.

Drugim rodzajem społecznej innowacyjności było propagowanie ubezpieczeń życiowych jako formy świeckiego uzupełnienia średniowiecznego wymogu religijnego tzw. dobrej śmierci. Wymóg ten oznacza potrzebę przygotowania się na śmierć, która może nadejść w każdej chwili. Przypomina o tym Pismo Święte: „Głupcze, jeszcze tej nocy zażądają twojej duszy od ciebie” (Łk 12,20). Firmy ubezpieczeniowe zaczęły dodawać do tego potrzebę troski nie tylko o swoje zbawienie, ale i o przyszłość swoich najdroższych. W ulotce firmy United States Life Insurance Co. z 1850 roku można było przeczytać, że ubezpieczenia życiowe odgrywają rolę niewidzialnej ręki ojca opatrnościowego wspierającego zza grobu swoje potomstwo³.

Tradycyjną wiarę w nieśmiertelność duszy na tamtym świecie zaczęto uzupełniać wiarą w nieśmiertelną pamięć na tym świecie, jaką zachowają wdzięczne pokolenia. W ten sposób śmierć ustąpiła miejsca etosowi kapitalizmu, ale wymusiła na nim ukrycie jego materialistycznego charakteru pod dostojnymi szatami duchowymi. Wilk musiał przywdziać owczą skórę⁴.

Ostatnią „innowację społeczną” wprowadzono dość łatwo, a zarazem bardzo radykalnie, a mianowicie wprowadzono ocenę wartości życia ludzkiego. W prawie rzymskim obowiązywała twarda doktryna: życie wolnej osoby nie podlega ocenie monetarnej (*liberum copepus nullam recipit aestimationem*). Ale już w XVII pojawiło się pojęcie kapitału ludzkiego. Prawdopodobnie

³ W oryginale: *The unseen hand of the provident farther reaching forth from the grave and still nourishing his offspring and keeping together the group.*

⁴ W oryginale: *Death yielded to the capitalist ethos – but not without compelling the latter to disguise its materialist mission in spiritual garb* (Zelizer, 1978, s. 605).

pierwszą osobą, która przyczyniła się do jego rozpowszechnienia, był W. Petty. W 1853 roku W. Farr zdefiniował kapitał ludzki jako zaktualizowaną wartość przyszłych zarobków danej osoby. W 1930 roku podobną definicję kapitału ludzkiego wykorzystali L. Dublin i A. Lotka do określenia kwoty ubezpieczenia. W tej samej pracy dokonali też podziału ludzi na dwie kategorie: *exceptional lives* oraz *substandard lives*. Do pierwszej należą ci, którzy „przynoszą” dochód, do drugiej ci, którzy go nie przynoszą (por. Zelizer, 1978).

W żargonie ubezpieczycieli stosuje się równie pogardliwe określenia, ryzyko dobre i ryzyko złe, nagminnie stosując przy tym liczbę mnogą, której słownik języka polskiego (wciąż jeszcze) nie dopuszcza. Jeśli urzędnikom czy politykom nie należy się dziwić ich brakiem troski o język ojczysty, bo nie z tego są rozliczani, to od nauczycieli akademickich i autorów podręczników, czyli od elity kształtującej umysł przyszłych elit można wymagać nieco samodyscypliny.

Salomon Huebner (1882–1964), uważany za ojca amerykańskiej szkoły ubezpieczeń (*the father of insurance education*), stosował język naukowy i już w 1914 roku dowodził, że wartość ludzkiego życia, czyli tzw. kapitał ludzki z punktu widzenia naukowego powinien być traktowany na równi z każdą inną formą kapitału⁵. Ten sam autor zdefiniował śmierć w sposób naukowy, w języku ekonomicznym jako zespół wszelkich zdarzeń uniemożliwiających zarobkowanie⁶.

Barierę między *sacrum* i *profanum* łamano coraz skuteczniej. O jednym ze sposobów rozmywania granicy traktuje kolejny podrozdział.

4. *Pecunia olet, czyli a dollar is not a dollar*

Powieściopisarka Gertruda Stein, znana z powiedzenia „róża jest różą, jest różą, jest różą”, w 1936 roku w „Saturday Evening Post” napisała: „czy się

⁵ W oryginale: *The life value...represents capitalized current earning of in dividuall, i san asset quite as much as property and is subject to complete losstg=hrough premature death* (Huebner, 1926, s. 3).

⁶ W oryginale: *All events ending the human life earning capacity*, wg Zelizer (1978).

komuś podoba czy nie podoba, pieniądz jest pieniądz, i koniec”⁷. Czyli dolar jest dolarem, jest dolarem, jest dolarem.

Na początku nowej ery podobnie myślał cesarz Wespazjan, który wprowadził podatek od kupców uryny, którą oni wykorzystywali dla celów przemysłowych, do czyszczenia skór, a także do wyrobu pasty do zębów. Na zadane cesarzowi pytanie, czy nie razi go zapach takich pieniędzy, podobno odpowiedział *pecunia non olet*, czyli pieniądze nie śmierdzą.

Doświadczenie jednak podpowiada, że może i wszystkie dolary są jednakowe, to jednak niektóre są brudniejsze. Po raz chyba pierwszy przeciwko tezie Stein wypowiedziała się Zelizer, twierdząc, że *a dollar is a dollar is not a dollar*. Zelizer wykazała, że co prawda wszystkie dolary są równe, ale niektóre są mniej równe. Z doświadczenia wiemy, że są jednak „pieniądze brudne”, są nawet „pieniądze zakrwawione”, uczciwie zarobione lub nieuczciwie zdobyte.

Pieniądze oprócz swej monetarnej wartości mają znaczenie społeczne, a przede wszystkim mają wartość moralną.

Jednym z dobitnych przykładów ilustrujących istnienie społecznej wartości pieniędzy jest niżej przedstawiony proceder makabrycznej działalności gospodarczej, ale prowadzonej legalnie.

Prowadzą ją cztery osoby. Jedna z nich to osoba prawna, czyli firma, oznaczmy ją kryptonimem VSP, oraz trzy osoby ludzkie: broker, medyk i kupiec-spekulant. Prowadzą jednak działalność nieludzką i do tego na skalę przemysłową i według zasad produkcji przemysłowej, choć z produkcją, we właściwym znaczeniu tego słowa, działalność ta nie ma nic wspólnego. Ten proceder o nazwie przemysłu wiatykalnego w niewielkim uproszczeniu polega na wyszukaniu osoby posiadającej polisę ubezpieczenia na życia i mającą przed sobą co najwyżej kilkanaście miesięcy życia. Firma VSP przy pomocy osób specjalizujących się w łamaniu oporów moralnych (brokerów) przejmuję polisę ubezpieczeniową, zostawiając osobie odchodzącej z tego świata określoną kwotę pieniędzy, za które może ona uprzyjemnić sobie ostatnie chwile swojej ziemskiej

⁷ W oryginale: *Whether you like it or whether you do not money is money and that is all there is about it.*

pielgrzymki. Transakcja odbywa się oczywiście za obopólną zgodą. Firma VSP zebrawszy w ten sposób polisy ubezpieczeniowe, dostarcza je spekulantom. Spekulant, mając zapewnienie medyka, że pierwotny posiadacz polisy umrze w przewidzianym czasie, kupuje tę polisę od firmy VSP i opłaca wymagane składki. Czekając na śmierć swojej „ofiary” i inkasując od firmy ubezpieczeniowej kwotę uposażenia wykazaną w polisie, którą kupił. Spekulant, zwany inwestorem, podejmuje decyzję ryzykowną. Ryzykiem, czyli niekorzystnym dla niego zdarzeniem jest długie życie schorowanej osoby. Im wcześniej ta osoba umrze, tym krócej będą płacone składki przez spekulanta. Oceny ryzyka dokonuje niezależny ekspert medyczny, który jest zwykle na liście płac firmy VSP.

Nieprzyjemna rzeczywistość takiego procederu ubierana jest w przyjemny strój językowy. Spekulant nazywany jest inwestorem, czyli osobą podejmującą decyzje w warunkach niepewności i ryzyka. Firma VSP nie jest rozumiana jako akwizytor polis, lecz jako dostarczyciel (*provider*) grosza tak bardzo potrzebnego osobom w ich trudnej sytuacji. Osoba „wspierana” nazywana jest sprzedawcą (*seller*), czyli wolną osobą sprzedającą swoją polisę na wolnym rynku. Czyni to oczywiście tak, aby maksymalizować swoją użyteczność. Jaka jest ta użyteczność, nikogo nie interesuje. Nikt w tym upiornym procederze nie interesuje się tym, czy w ogóle ta osoba potrafi skorzystać z pieniędzy, jakie jej zaoferowano. Czy można w tym przypadku mówić o równorzędności partnerskiej transakcji kupna–sprzedaży?

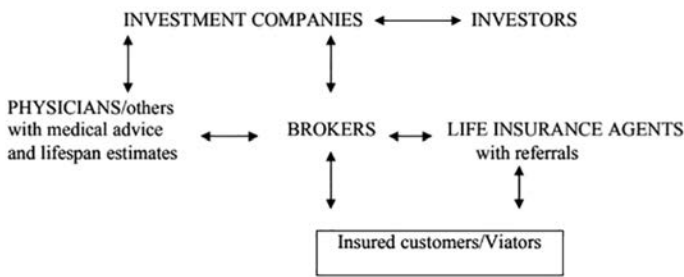
Schemat procederu wiatykalnego według oficjalnego dokumentu przedstawiono na rysunku 1.

Obok tego schematu przedstawiona jest zwięzła, dosadna, ale i rzetelna ilustracja „przemysłu wiatykalnego” opublikowana przez Parkinsona w „The Globe and Mail” (Parkinson, 2009).

W początkowym okresie rozwoju tego upiornego biznesu handlem objęte były osoby młode, zarażone wirusem HIV. Czy takie osoby myślały wcześniej o ubezpieczeniu się na wypadek swojej śmierci (aby zabezpieczyć swoją rodzinę)? Jest to wielce wątpliwe, przecież to były osoby młode. Z upływem czasu, głównie z powodu postępów medycyny, proceder stawał się coraz mniej atrakcyjny, dochodziło nawet do absurdalnych sytuacji, gdy inwestor pozywał

do sądu medyka, który niedokładnie ocenił ryzyko, czyli „sprzedawca” żył za długo. Rynek jest jednak innowacyjny i podpowiedział inwestorom, aby „sprzedawców” poszukiwali wśród osób w podeszłym wieku.

Rysunek 1. Schemat przemysłu wiatykalnego



Źródło: Winer.

Praktykowano, i pewnie nadal się praktykuje, organizowanie darmowych rejsów dla starszych ludzi, którzy wyrażają gotowość poddać się badaniom lekarskim i złożyć wniosek o ubezpieczenie (por. Sandel, 2012). Nierzadkie były i takie sytuacje, gdy ubezpieczenie było wykupione i jeszcze podczas tego samego rejsu sprzedane.

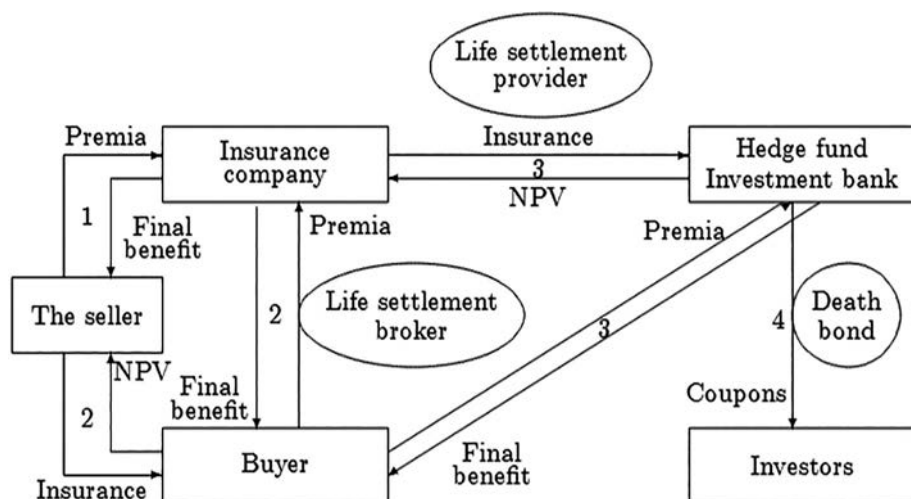
Szczytową innowacją, by użyć nowomowy rytuałów nowej religii, tego upiornego biznesu jest „bezpieczniowanie” ryzykownego biznesu igrania z cudzą śmiercią. Bankowcy zauważyli, że zebrane polisy „bezużytecznie” są składowane w oczekiwaniu na śmierć ich właścicieli. Rynek nie lubi bezruchu. Szybko znaleziono sposób, aby puścić w obieg polisy. Uczyniono to poprzez bezpieczniowanie polis. Fachowo nazywa się to sekurytyzacją (*securitisation*, od *secure* – bezpieczny) zgromadzonych polis. Innowacja polega na tym, że instytucja finansowa, którą jest bank inwestycyjny, fundusz hedgingowy czy też firma ubezpieczeniowa VSP, skupuje polisy od „sprzedawców”, czyli od osób kwalifikowanych do rychłego odejścia z tego świata.

Po uzbieraniu dostatecznie dużej liczby polis, porządkowane są one w grupy według stopnia ryzyka. Utworzone pule stanowią podstawę do emisji obligacji zwanych powszechnie obligacjami śmierci (*death bonds*). Obligacje takie

traktowane są jako „bezpieczne instrumenty finansowe”, którymi można handlować, nie czekając na śmierć właścicieli polis. Według wskazań ekspertów od rynków finansowych uważa się, że „produkcję” obligacji można rozpocząć, gdy liczba pozyskanych polis będzie rzędu kilkuset.

Sekurytyzacji polis dokonuje się według schematu przedstawionego na rysunku 2, który jest oczywiście rozszerzeniem schematu wiatykalnego.

Rysunek 2. Schemat produkcji obligacji śmierci



Źródło: Menoncin, 2009.

M. Goldstein nazwał te obligacje najbardziej makabrycznym schematem inwestowania, jaki kiedykolwiek sfabrykowano na Wall Street⁸.

O „perspektywach rozwoju” (sic!) rynku obligacji śmierci w Polsce traktuje m.in. praca naukowa pod redakcją K. Gabryelczyk o znamienym, bilingwistycznym tytule *Private Asset & Wealth Management. Nowe instrumenty i usługi finansowe*.

⁸ W oryginale: *Death bonds may be the most macabre investment scheme ever devised by Wall Street*.

Tak, ten proceder nie jest pozbawiony aspektów naukowych. Wystarczy zauważyć, że według ideologii neoliberalnej lub w innym języku, teorii neoklasycznej teorii ekonomii, każda osoba dąży do maksymalizacji swojej użyteczności. Według teorii finansowych każda osoba na rynku, na którym sprzedawane są obligacje śmierci, dążąc do maksymalizacji oczekiwanej użyteczności konsumpcji, może korzystać z tych obligacji. Typowa funkcja użyteczności ma następującą postać (Menoncin, 2009):

$$\max_{c, w} E_{t_0}^{\tau} \left[\int_{t_0}^{\tau} e^{-\rho(t-t_0)} U_1(c(t)) dt + e^{-\rho(\tau-t_0)} U_2(R(\tau)) \right], \quad (1)$$

gdzie: τ to moment śmierci (wielkość losowa), U_1 – użyteczność konsumpcji póki dana osoba żyje, U_2 – pośmiertna użyteczność majątku, ρ – subiektywna stopa dyskontowa, c – konsumpcja, w – wagi portfela inwestycyjnego, R – majątek konsumenta (inwestora).

Maksymalizacja takiej funkcji jest, jak widać, ważnym problemem naukowym, chyba jeszcze trudniejszym zadaniem pozostaje wcielenie w życie znalezionej odpowiedzi, nie wspominając o aspektach pozanaukowych, czyli moralnych i praktycznych, chociażby dotyczących określenia funkcji użyteczności.

5. Manipulacje językowe

Myślenie dyskursywne to myślenie za pomocą pojęć, wyrażanych zawsze w jakimś języku. Słowa to potężne narzędzie, słowa mogą zabijać, ranić czy kaleczyć, ale mogą też koić, a nawet leczyć. Są słowa bardzo znaczące, a są też słowa bez żadnego znaczenia, zaśmiecające język, ale używane do skutecznej manipulacji. Za pomocą słów przedstawiany jest obraz świata, czyli to, jak go rozumiemy, jak go widzimy, oznacza to, że w języku dokonujemy tzw. konceptualizacji otaczającej nas rzeczywistości. Taką konceptualizację nazywa się językowym obrazem świata (JOŚ). Ten rodzaj konceptualizacji stanowi intensywny przedmiot badań naukowych w ramach lingwistyki kognitywnej. Podstawowe koncepcje tej dziedziny wiedzy kształtowały się głównie pod

wpływem filozofów i językoznawców niemieckich, którzy użyli terminu *Sprachliches Weltbild*, co dokładnie znaczy „językowy obraz świata”. Angielskim odpowiednikiem jest określenie *linguistic view of the world*, czyli po polsku – światopogląd. Nie tylko językowy ogląd świata, ale każda ideologia formułowana jest na podstawie ściśle określonego słownictwa. Podstawę ideologii wolnorynkowej stanowi bardzo specyficzne słownictwo.

Fundament językowy ideologii wolnorynkowej tworzony jest za pomocą „starego” słownictwa, któremu nadano nowe znaczenie, a także przez wprowadzenie „nowego” słownictwa stanowiącego bardzo specyficzną nowomowę. Spośród zawłaszczonego słownictwa najważniejsze są takie terminy, jak przymysł, produkt, kapitał, zysk, inwestycje i klient. Do nowego należą natomiast: innowacje, kompetencje, portfele, waluacje, aplikacje, kastomizacje, sekurytyzacje i wiele jeszcze dziwniejszych.

Zawrotną karierę robi „zarządzanie”, nawet jeśli nie ma absolutnie nic wspólnego z zarządzaniem. Znaczenie wiele słów zdegradowano, niektórym słowom przypisano zaś inne znaczenie. Stare słowo „kapitał” oznaczało zasoby trwałe, które służyły do prowadzenia działalności gospodarczej przy produkcji dóbr, czyli to, co było potrzebne do gospodarowania. Zasoby takie służyły też do pomnażania wartości gospodarczych. Obecnie słowo „kapitał” oznacza wszystko, co jest wykorzystywane przez korporacje (i wszelkie inne przedsiębiorstwa) w ich działalności, niekoniecznie produkcyjnej, byleby była zyskowna. Kapitałem jest środowisko naturalne, kapitałem jest człowiek (kapitał ludzki), kapitałem jest społeczeństwo (kapitał społeczny), kapitałem jest rodzina. Ten ostatni jest dwojakiego rodzaju: negatywny i pozytywny. Kapitał rodzinny mierzony jest „relacją małżeństw do liczby ludności (pozytywny kapitał rodzinny) oraz relacją rozwodów do liczby ludności (negatywny kapitał rodzinny)” (por. Sztaudynger, 2013, s. 152). Stąd widać, że kapitał nie musi nawet oznaczać pomnażania kapitału, plusy mogą więc być i ujemne.

Pracę ludzką doceniano od zawsze. W wyniku pracy powstawały kołacze. Bez kołaczy nie ma życia. Oznacza to, że w wyniku pracy ludzkiej wytwarzano przedmioty potrzebne do życia. Rzeczy wytwarzane w wyniku pracy fizycznej nazywano produktami, gdyż je produkowano. Rzeczy wytwarzane wysiłkiem

umysłu nazywano dziełami. Jedne i drugie służyły ludziom. Wymieniano je między sobą, często na rynku, używając do tego pieniędzy. Rynek był tzw. targiem, wydzielonym miejscem fizycznym, służącym nie tylko do wymiany, ale i do tego co dzisiaj nazywa się tworzeniem kapitału społecznego. Obecnie prawie wszystko wytwarza się w sposób przemysłowy, na masową skalę i dostarczane jest na rynek.

Fundament intelektualny gospodarki wolnorynkowej stanowią trzy pojęcia: przedsiębiorca, klient i rynek. Przedsiębiorcy dostarczają na rynek wszystko, co wytworzą. Rynek zajmuje się dystrybucją dóbr wśród klientów, w nowomowie określa się to mianem alokacji rynkowej. Cokolwiek dostarczane jest na rynek, nazywa się produktem, a wszystko co się wytwarza, wytwarza się przemysłowo, i wszystko co się wytwarza, wytwarza dla klientów. Pojęcie klienta pochodzi od łacińskiego słowa *cliens, clientis*. W starożytnym Rzymie oznaczało ono osobę, nad którą opiekę sprawował możny pan. Obecnie klient obok kapitału to główny „czynnik” produkcji, odgrywa on inną rolę i jest inaczej wyceniany, ale bez klientów przemysł by się żaden nie rozwijał. Klienci są poddani w dalszym ciągu możnym panom, dani pod opiekę przedsiębiorców, są ich podopiecznymi.

Przemysłów mamy obecnie mnóstwo. Obok tradycyjnych przemysłów, takich jak samochodowy, spożywczy, wydobywczy, mamy też nowe przemysły: rozrywkowy, więzienny (por. Wacquant, 2009), kulturalny, pomocowy (por. Leszczyński, 2016), wiatykalny (tu prezentowany), edukacyjny i wiele innych mniej lub bardziej nieprawdopodobnych.

Takie pojęcia, jak produkt, produkcja czy przemysł, miały od dawna pozytywne znaczenie, dlatego rynkownicy postanowili włączyć je do swego słownictwa.

Z „produktu” uczyniono jedno z głównych pojęć ekonomii wolnego rynku, bo to pojęcie dobrze się „sprzedaje”. W początkowym okresie rozwoju ubezpieczeń traktowano je jako dwustronne umowy potwierdzane podpisami. Zawierano umowy, a nie sprzedawano polisy, czyli dokumenty potwierdzające umowę. Żeby można je było sprzedawać, to polisy nazwano produktami i faktycznie przestały być umowami, stały się zaś towarem sprzedawanym

na rynku, zwykle bez gwarancji, czyli na zasadzie „niech kupujący się strzeże” (łac. *caveat emptor*). Z całą jednak pewnością nie są to żadne produkty. Firmy ubezpieczeniowe były świadome tego, próbowały nawet nadać im rangę dzieła. W ciągu wieków wymianie rynkowej podlegały dobra wytworzone przez ludzi. W wyniku wielkiej transformacji na rynku pojawiły się towary fikcyjne niewytworzone przez ludzi, ziemia, praca i pieniądz.

Nie handlowano tym, co uważano za świętość. Wraz z uznaniem Rynku za bóstwo usunięto tę bardzo niewygodną przeszkodę psychologiczną, cokolwiek bowiem urynkowiono, tym samym uświęcano to.

6. Własność, zysk, władza

Od kiedy tylko ludzie zaistnieli na tym świecie fizycznym, poznawali go za pomocą swoich zmysłów, potem zaczęli się interesować tym co nie-fizyczne, meta-fizyczne, wierzyli, że istnieje Absolut, byt idealny, niemający żadnych ograniczeń i stanowiący podstawę harmonii wszystkiego, co istnieje. Była to Jednia dla Plotyna, Stwórcą Wszechświata dla Hebrajczyków, a później chrześcijan utożsamiających Stwórcę z Miłością. Miłość zaś, obok wiary i nadziei, to trzy podstawowe cnoty teologiczne. Ale to również imiona trzech Rzymianek, córek św. Zofii Rzymskiej, które poniosły męczeńską śmierć około roku 137. Ich greckie imiona: Πίστις, Ἐλπίς καὶ Ἀγάπη (Pistis, Elpis i Agape), zostały przetłumaczone na język łaciński jako Fides, Spes i Caritas. Jako pojęcia religijne stanowią one odwieczne drogowskazy dążeń i marzeń postępowania ludzkiego. Są to trzy kolumny religii chrześcijańskiej. Wszystkie trzy, wiara, nadzieja i miłość, to wytwory duszy, metaforycznie umieszczane są w sercu człowieka, które w odróżnieniu od rozumu, ma swoje własne racje.

Od czasów Pascala wiadomo, że racje serca nie są racjami rozumu, których on wcale nie zna. Człowiek, mając dwoistą naturę ciała i duszy, kieruje się głosem zarówno serca, jak i rozumu. Wszystko nieracjonalne dla rozumu traktowano jako święte, które poznawane jest mistycznie, przez wiarę czy bezpośredni ogląd, czyli intuicję. Resztę świata stanowiły sprawy świeckie poznawane

racjonalnie, czyli za pomocą rozumu. Oba rodzaje poznania należą do filozofii. Poznanie mistyczne, w odróżnieniu od racjonalnego, jest poznaniem bezsłownym. Znane są się trzy wielkie systemy myślenia filozoficznego: indyjski, chiński i europejski, i odpowiednio do nich kształtowały się trzy różne systemy religii. W systemie europejskim rozwinęły się trzy religie teistyczne: judaizm, chrześcijaństwo i islam.

Obecnie na rozwój cywilizacyjny Europy wpływa czwarta religia, obejmująca swym zasięgiem także i resztę świata. Zgodnie z tytułowym określeniem książki Gelerntera (2007), nową religię coraz powszechniej nazywa się amerykańizmem.

Religie teistyczne wprowadzali prorocy, czyli osoby przemawiające do ludu w imieniu bóstw. Miejscem kultu były świątynie.

Po 14 wiekach dominacji religii teistycznych nastał wiek Rozumu, dewizą którego Kant uczynił sentencję Horacego *sapere aude*, czyli odważ się być mądry, miej odwagę być mądrym. Miej odwagę poznawania prawdziwej prawdy o świecie i człowieku za pomocą rozumu, za pomocą rozumowania, a nie wierzenia. Mroki wiary zaczęto oświecać światłem Rozumu. Nastała era oświecenia. Religię oświeceniową wprowadzali i propagowali uczeni obeznani w sztuce korzystania z rozumu. Jeden rodzaj takiej sztuki znany jest po łacinie jako *ars cogitandi*, drugi rodzaj stanowi *ars conjectandi*. Ośrodkami krzewienia nowej wiary były uniwersytety – świątynie wiedzy i mądrości, które funkcjonowały obok starych świątyń religijnych.

Po około trzech wiekach wiary w Rozum dokonuje się kolejna przemiana wiary. Rozpoczyna się era wiary w Rynek. Po prorokach i uczonych pojawiają się kosmokraci (określenie Zieglera), zarządcy korporacjami ponadnarodowymi. To oni wprowadzili nową religię, a uczynili to na zasadzie prawa *cuis regio eius religio*, czyli czyja władza, tego religia. Władza jest w rękach korporacji (jako osoby prawne mają więc ręce).

Dawne teologialne cnoty zastąpiono przez trzy merkantylne cnoty: własność, zysk, władza. Staraj się mieć cokolwiek i jak najwięcej, cokolwiek czynisz, myśl o swoim zysku, dąż do posiadania władzy wszelkimi drogami, z tych trzech najważniejsza jest władza, bo kto włada, ten i religię ustanawia.

Ośrodkami krzewienia i propagowania nowej wiary są tzw. *think tanks*, które stanowią fundament „przemysłu sfabrykowanych wątpliwości” (por. Popkiewicz, 2012). Te wielkie firmy zwane instytutami badawczymi specjalizują się w dyskredytowaniu wszystkiego, co tylko podważa wiarę w wolny rynek. Strategia tych firm polega na założeniu, że „społeczeństwo nie jest w stanie rozróżnić dobrej nauki i złej nauki. Łatwo jest więc sfabrykować alternatywne »fakty naukowe«” (por. Popkiewicz, 2012).

Kosmokraci, dysponując ogromnym kapitałem, mogli od nich kupić tę „usługę polegającą na stworzeniu ideologii, która jest w stanie silnie oddziaływać na ludzkie umysły” (Oręziak, 2016, s. 352).

To właśnie ta ideologia neoliberalizmu stanowi fundament nowej wiary, wiary w Rynek. Narodem wybranym nowej religii są dawni kolonizatorzy Nowego Świata. Nową religię nazywa się amerykańizmem.

Ziemię obiecaną nowemu narodowi wybranemu odkrył Kolumb w 1492 roku. Później, a dokładnie w 1620 roku przybyli do Ameryki Ojcowie Pielgrzymi, czyli dysydenci religijni, purytanie, odszczepieńcy kościoła anglikańskiego. Pragnęli założyć w Ameryce nowe kalwińskie społeczeństwo. Ich wiara i zachowanie charakteryzujące się tolerancją, poszanowaniem pracy, uczciwością w handlu i pokojowe współżycie z innowiercami przysporzyło im popularności. Ich kalwińska etyka wywarła ogromny wpływ na kształtowanie państwowości w Nowym Świecie. Purytanie traktowali Amerykę jako Nowy Izrael. Do zachęcania i utwierdzenia nowych kolonizatorów w słuszności, a nawet konieczności zagospodarowywania Ameryki przyczynił się znacząco pochodzący z rodziny purytańskiej filozof John Locke, uważany za twórcę klasycznego liberalizmu. To on (Locke, 1992, s. 197) napisał w 1696 roku: „Na początku zatem cały świat, w większym stopniu niż ma to miejsce obecnie, był *Ameryką*” (wyróżnienie w oryginale). Amerykę zamieszkiwali ludzie, którzy nie zajmując się pracą, nie wykorzystywali ogromnych terenów w należyty sposób. Locke (1992, s. 196) twierdził: „Tak jak różne stopnie pracowitości warunkowały różne wielkości ludzkich majątków, tak *wynalazek pieniędzy* dał sposobność do utrzymania i powiększania ich” (wyróżnienie w oryginale), stąd wnioskowano, że należy zajmować „niczyje” tereny i je właściwie

zagospodarowywać. W ten sposób utwierdzała się idea Ameryki jako ziemi niczyjej (*terra nullius*). Na tej podstawie, jak podaje Gelernter (2007), wszyscy Amerykanie zaczęli się uważać nowym ludem wybranym na nowej ziemi obiecanej⁹. Nowy lud wybrany, na nowej ziemi jemu obiecanej stworzył nową religię. Dokonano już wielu ciekawych analiz fenomenu nowej religii. Analizy są oczywiście zależne od tego, czy dokonywane są one z zewnątrz, czy też przez wiernych wyznawców. Dla jednych „wynalazek” amerykański jest prawdziwym opium, dla innych to realna obietnica rajy już tu na ziemi. Tak to oznajmia sam tytuł książki R. Nelsona, wydanej w 1993 roku¹⁰. Dziesięć lat później ten sam autor, zadeklarowany libertarianin, wydał drugą książkę pt. *Economics as religion: from Samuelson to Chicago and beyond*, w której naukę ekonomii nie porównuje do religii, ale traktuje ją dosłownie, jako religię. Religię wiary w niekończący się postęp, czyli wzrost gospodarczy dzieli na dwa okresy. Pierwszy okres, typu wiary katolickiej, trwający od zakończenia II wojny światowej do połowy lat 60., kiedy to rozpoczęła się reformacja z ośrodkiem w Chicago. Religia ekonomiczna (*economic religion*) w rozumieniu Nelsona jest konkurencyjna wobec religii środowiska naturalnego, nie tylko konkurencyjna, ale obie te religie prowadzą ze sobą wojnę. Na ten temat wydał także obszerną książkę¹¹.

Niezależnie od takiego biblijnego traktowania ekonomii jako religii wyrosłej z korzeni purytańskich, ekonomia w jej wolno-rynkowym wydaniu neoklasycznym doprowadziła do niespotykanego w historii konsumpcjonizmu traktowanego wręcz z bałwochwalczą czołobitnością. Dlatego też przekonanie o tym, że konsumpcja stanowi dobro najwyższe połączone z kultowym uwielbieniem bogactwa potraktowano jako religię i nazwano albo ekonomizmem, albo konsumpcjonizmem, albo konsumeryzmem (por. Cobb, 2010). Ostatecznie właściwie nazwano amerykańizmem.

Dokonano już wielu ciekawych analiz fenomenu nowej „religii”. Loy np. uważa, że Amerykanizm z jego kultem rynkowym stał się najbardziej

⁹ W oryginale: *Americans as a new chosen people, America as a new promised land*.

¹⁰ W oryginale: *Reaching for Heaven on Earth: the theological meaning of economics*.

¹¹ R. Nelson: *The new holy wars: economic religion versus environmental religion in contemporary America*.

skuteczną religią wszech czasów, osiągając niemal totalną hegemonię¹². Dla jednych Ameryka stanowi ostatnią najlepszą nadzieję świata (*America is the last best hope of the world* (Larson, 2012), dla innych (por. Loy, 1997) jest to demoniczna perwersja prawdziwej religii i stanowi najcięższy upadek ludzkości¹³.

Istotę nowej religii niezwykle trafnie przedstawił Frank w książce o znamienym tytule: *One Market under God*, czyli *Jedynie Rynek, a nad nim Bóg*, dokładnie tak jak jest w przysiędze na flagę amerykańską: *One Nation under God*.

To Rynek wolny i niepodzielny ofiaruje ludzkości wolność i sprawiedliwość. To Rynek dba o szczęście i dobrobyt. To Rynek ocenia innowacyjność, przedsiębiorczość, jest miarą ludzkich poczynań. To Rynek reaguje nerwowo na nieprawidłowości polityczne.

Poczynania moralne Rynku dokładnie analizował Sandel w wielu swoich pracach (por. np. Sandel, 2012). W szczególności poddał on analizie i krytyce dwa podstawowe dogmaty wiary w Rynek.

Pierwszy dogmat orzeka, że komercjalizacja dowolnej czynności nie ma na nią wpływu. Według tego dogmatu pieniądze niczego nie psują i nie niszczą norm nierynkowych. Rynek pozwala czerpać korzyści finansowe ze sprzedaży krwi i nie przeszkadza tym, którzy czerpią satysfakcję z honorowego dawstwa. Ale dobrem jest tu też szlachetność, która ma wartość moralną, i tę wartość rynek niszczy.

Drugi dogmat zakłada, że postępowanie etyczne jest towarem, który należy ekonomizować. Według tego dogmatu takie cechy, jak szlachetność, altruizm, solidarność czy miłość, to dobra rzadkie i wyczerpują się w miarę użycia. Dlatego trzeba je oszczędzać przez ekonomizację, czyli przez wprowadzenie odpowiedniego systemu cen na takie towary. Karykaturalnym przykładem jest ekonomizowanie miłości.

Dotychczasowe dwa „instrumenty” moralne (wstyd i grzech) straciły swe znaczenie. Wstyd był jeszcze do niedawna sprawnym narzędziem zachwaszczania w ogródkach akademickich, a nawet bronią do zwalczania poważniejszych zachowań nieetycznych. Wstydem jest się wstydzić, zaś dotychczasowe

¹² W oryginale: *The market cult has becomes the most successful religion of all time – achieving an almost universal hegemony.*

¹³ W oryginale: *A demonic perversion of true religion. The gravest of all human failings.*

ostrzeżenie: „Kto zaś umie dobrze czynić, a nie czyni, grzeszy” (Jk 4,17), ustępuje miejsca pouczeniu: kto zaś może zyskać, a nie zyskuje, postępuje głupio, czyli irracjonalnie.

7. „A było napisane po hebrajsku, po grecku i po łacinie” (J 19,20)

A zaczyna być pisane tylko po angielsku. Bóstwo Rynku preferuje bowiem tylko ten język jako język kultu. Język angielski z konieczności (wola Rynku) musiał się stać językiem prozelityzmu nowej wiary. Prozelityzmem zajęły się Amerykanie wspólnie z Brytyjczykami, dlatego że tak się szczęśliwie złożyło dla postępu rodu ludzkiego, że w Imperium Brytyjskim i w Stanach Zjednoczonych mówią tym samym językiem i myślą jednakowo. Takie słowa wypowiedział Churchill 24 sierpnia 1941 roku¹⁴ przy podpisaniu z prezydentem Rooseveltem Karty Atlantycznej, stanowiącej pierwszy oficjalny dokument sankcjonujący dominację języka angielskiego. Dominację amerykańskiego przywództwa w części świata oddzielonej żelazną kurtyną, rozciągniętą między Szczecinem a Triestem, wzmacniały powołane do życia instytucje międzynarodowe, takie jak Bank Światowy, ONZ, NATO i sieć środków ideologiczno-propagandowych o nieco tajemnej nazwie *think tanks* (por. Phillipson, 2014). Podobnie uważa też Wacquant (2009), że to amerykańskie think tanki oraz ich sojusznicy rozpowszechniają terminologię, teorię i wzory postępowania najpierw w polu medialnym, później w wyniku „wystąpień i publikacji akademickich (prawdziwych lub symulowanych) intelektualni »paserzy« przeformułują te kategorie w swoisty *politologiczny pidgin*” (Wacquant, 2009, s. 66).

Ogromną rolę w propagowaniu języka angielskiego odegrała i nadal odgrywa instytucja o nazwie British Council. Założono ją w 1934 roku jako The British Council for Relations with Other Countries, ale już w 1936 nazwę skrócono

¹⁴ Tekst jego wypowiedzi został opublikowany w amerykańskim dzienniku „The New York Times” z 25 sierpnia 1941r.: *The British Empire and the United States who, fortunately for the progress of mankind, happened to speak the same language and very largely think the same thoughts.*

do obecnej postaci. Ta ogromna instytucja typu korporacji działającej dla zysku uzasadnia swe neoimperialne idee zasadą (a raczej mitem) *lingua nullius*, czyli takim samym, jaki stosowano do usprawiedliwiania bezprawnie kolonizowanych terenów w Ameryce. Tak jak Ameryka nigdy nie była terenem niczym (*terra nullius*), tak i język angielski nie może być własnością wszystkich ludów, mających však swoje własne języki będące materialnym przejawem ich duszy. Dziwnym argumentem uzasadniającym uniwersalność języka angielskiego jest traktowanie go jako współczesnej formy niegdyśszego języka o nazwie *lingua franca*, kojarzonego z językiem łacińskim.

Argumentacja dziwna z dwóch powodów. Przede wszystkim nazwa taka nie przynosi żadnej chluby. Nazwa ta pochodzi bowiem od Franków, czyli od plemion zachodniogermańskich, które niechlubnie wślawiły się wyprawami krzyżowymi przeciwko muzułmanom, ale również przeciwko braciom chrześcijanom w części bizantyjskiej Cesarstwa Rzymskiego, rzekomo niewłaściwie wyznającym wiarę. Muzułmanie określali ich mianem zwierząt obdarzonych cnotą dzielności i odwagi. Im też niektórzy przypisują roznoszenie paskudnej choroby.

Pod nazwą *lingua franca* rozumiana była gwara złożona z elementów wielu języków, którymi posługiwali się ludzie z okolic Morza Śródziemnego. *Lingua franca* to nie język, lecz zlepek z różnych języków ułatwiający porozumiewanie się różnych plemion podczas ich wspólnych krucjat. Nie powstawały w nim żadne prace naukowe.

Drugi powód dziwnego i bezpodstawnego uzasadniania języka angielskiego jako języka *lingua franca* pochodzi od lingwistów. Język angielski nie jest i nigdy nie będzie językiem *lingua franca*, bo to język normalny, ludzki z krwi i kości, z dobrze określoną gramatyką i semantyką. Język angielski, tak jak każdy inny naturalny język, jest ważnym czynnikiem kształtującym ludzką percepcję i poznanie świata. System językowy jest zarówno niezbędnym narzędziem komunikacji międzyludzkiej, jak i jedynym narzędziem interpretacji otaczającej nas rzeczywistości. Ujmowanie postrzeganego świata i jego konceptualizacja językowa określana jest mianem językowego obrazu świata (JOŚ).

Obraz świata malowany z perspektywy języka angielskiego jest inny od tego malowanego z perspektywy języka słowiańskiego. Inny, bo używane są różne

pędzelki, różne farby, bo malowane są przez różnych malarzy mających różne dusze. Narzucanie jednego języka nazywane imperializmem językowym jest niczym innym jak herezją monolingwistyczną.

Przeciwko dawnej herezji trójjęzycznej, głoszącej stosowanie tylko trzech języków liturgicznych (hebrajskiego, greckiego i łacińskiego), wystąpiło dwóch świętych Braci Sołuńskich, którzy w połowie IX wieku dali Słowianom pismo w ich własnym języku. W ramach oficjalnie obowiązującej religii opracowali nowy obrządek, dopasowany do miejscowej kultury i zwyczajów. Będąc między potęgami dwóch Rzymów Słowianie nie mieli szans na rozwój swego obrządku.

Przeciwko obecnej herezji monojęzycznej powodującej homogenizację kultury europejskiej na obraz i podobieństwo amerykańskie występują liczni humaniści, lingwiści i antropolodzy.

Obecna herezja monojęzyczna okazuje się bowiem niezwykle groźna i bardzo niebezpieczna. Przejawia się w postaci drapieżnego tyranozaura, pożerającego innych mieszkańców lingwistycznej łąki akademickiej¹⁵. Co gorsze, on nie tylko pożera, ale indoktrynuje pozostałych mieszkańców, którzy godzą się na niszczenie samej łąki, barbarzyństwem jest bowiem zgoda władz uczelnianych na likwidację lokalnych czasopism w ojczystym języku. Tam przecież pasły się i były dobrze doglądane przyszłe „kapitały ludzkie”. Zamiana swojego pasterza znającego z imienia swoje owce na obcego pastucha przetrzebia stado. Sami się amerykanizujemy, czy rzeczywiście nic innego nie pozostaje jak współ z innymi skandować¹⁶: umarł amerykański imperializm kulturalny, niech żyje kultura amerykańska!?

Nie wszyscy jednak tak skandują. Przeciwko obecnej herezji monojęzycznej powodującej homogenizację kultury europejskiej na obraz i podobieństwo amerykańskie występują liczni humaniści, lingwiści, antropolodzy. Spustoszenia będące wynikiem tej herezji Bennett nazywa nawet wiedzobójstwem (*epistemicide*). Meyer uważa, że wbrew temu, co głosi Deklaracja Bolońska, celem

¹⁵ Por. Swales (1997): *English as a powerful carnivore gobbling up the other denizens of the academic linguistic grazing grounds*.

¹⁶ W oryginale: *Dead is U.S. cultural imperialism, long live American culture*, por. Korten (2006).

reformy szkolnictwa wyższego jest zastąpienie europejskiej różnorodności językowej i kulturalnej monopolem anglojęzycznym (por. Phillipson, 2014).

Tae ho węhs, znany jako Amos Keye, pochodzący z plemienia Mohawków i walczący o zachowanie pierwotnej kultury indiańskiej opartej na ich językach, a jest ich co najmniej 90, traktuje język angielski jako język diaboliczny. Na pytanie sceptyka, po co się troszczy o ginące języki, odpowiedział, że gdy po śmierci trafi do nieba, to chciałby rozmawiać w swoim języku ze swoimi przodkami. Na uwagę sceptyka: a co będzie, jeśli nie trafi do nieba? Nie ma problemu, odrzekł, znam angielski (por. Phillipson, 2008).

8. *Telos* uniwersytetu

Uniwersytet wciąż jeszcze jest instytucją życia publicznego i służy dobru wspólnemu, publicznemu. Spełnia swe funkcje społeczne, czyli kształci i wychowuje dobrych obywateli, kształtuje osobowości, wspomaga rozwój intelektualny. Niestety, pod wpływem nowej wiary w Rynek odstępuje od pielęgnowania pięknej tradycji „studium generale”. Wynaturzenia rynkowe wkraczają coraz brutalniej do świątyń wiedzy. Jesteśmy świadkami zaprzędawania się uniwersytetów na służbę korporacji. Średniowieczne *universitas magistrorum et scholarium* ustępuje miejsca *factory producing qualified and skilled workforce* (podmiana języka jest wymowna i istotna).

Pracownicy takiej fabryki zwanej uniwersytetem biznesowym, czyli przedsiębiorstwem i przedsiębiorczym, mimowolnie lub nieświadomie stają się jurgieltnikami korporacyjnymi, inni zaś postępują tak, jakby cierpieli na anozognozę, czyli byli zupełnie nieświadomi niewidzenia nieludzkich aspektów swoich badań. Najgorzej jest jednak, gdy *professor bullatus* świadomie przyjmuje rolę politruka obowiązującej ideologii i scenę polityczną preferuje nad katedrę akademicką. Nawet chlubi się tym, że do swych publikacji wybiera nie czasopisma naukowe, lecz najzwyklejsze dzienniki czy tygodniki o wyraźnych barwach politycznych. Bez wątplenia ma rację H. Henderson, twierdząc, że ekonomia to nie nauka, nawet nie „ponura nauka” (*dismal science*), jak ją

określał T. Carlyle, lecz jest to polityka w przebraniu, ekonomiści zaś to politycy w przebraniu tóg profesorskich (por. Henderson, 1981). Trudno się temu dziwić, bo w czasach Platona, Arystotelesa określenie „polityk” (*polites*) było mianem zaszczytnym, w czasach obecnych polityk to osoba spędzająca czas przy obskurnej robocie (*seedy chores*) obsługi kołowrotka nowoczesnej maszyny politycznej (por. Stone, 1989). Trudno jednak zrozumieć sytuację odwrotną, kiedy szanowany profesor, nawet nauk nagradzanych nagrodą Nobla, zrzuca toż sam uczonego przy kołowrotku maszynierii politycznej. Czyżby zanikała mądrość ludowa: niech szewc buty szyje, a piekarz piecze chleb?

W przedsiębiorstwie liczy się bowiem skuteczność, w uniwersytecie przedsiębiorstwowym, nawet niekoniecznie przedsiębiorczym, nie może być inaczej, zwykły profesor musi ustąpić miejsca profesorom skutecznym. Albowiem skuteczność jest w cenie, a ona mierzona jest scorerami, factorami, liczbą grantów, liczbą swoich wizerunków w środkach masowego przekazu, liczbą rad, w których się zasiada, i ilością pozyskiwanych pieniędzy.

Inne niepokojące zjawisko dotyczy publikacji naukowych, których *telos* akademicki jest trudny do określenia. Przyczyn powstawania takich publikacji można się doszukiwać w tym, co ujawnił Włodzimierz Sedlak: „W nauce dokonuje się niekiedy jakby przepęd stada inteligentnych baranów. Ostatni patrząc w ogon poprzednika, twierdzi, że widzi przewodnika stada. O słuszności kierunku wnioskuje po rozdeptanej ziemi, informacja idzie przecież od czoła” (za: Faliński, 1998, s. 131). Akademicką ziemię rozdeptuje dość agresywna ideologia wolnorynkowa utrzymująca mit o braku innych alternatyw niż korporacyjna gospodarka kapitalistyczna. Prace zaprzeczające temu (m.in. Kortena, Vogla, Fromma i innych podanych w tym opracowaniu) do lektur obowiązkowych nie należą. Za ich ogonami niewielu podąża.

Czemu czy komu może służyć praca naukowa o optymalizacji decyzji podejmowanych w warunkach niepewności i ryzyka przez tzw. inwestora, czyli spekulanta kupującego polisę na wypadek śmierci osoby nieuleczalnie chorej? Optymalność decyzji „inwestora” polega na osiągnięciu największego zysku. W tym procederze jest przecież i druga osoba, która także chce także podjąć optymalną decyzję. W odróżnieniu od inwestora podejmuje ona decyzję

w warunkach całkowitej pewności swojej rychłej śmierci. Czy to z powodu tej pewności nie ma potrzeby prowadzenia badań naukowych w zakresie optymalności tych decyzji?

Pozornie analizowane są problemy czysto naukowe, przecież nauka ma być bezwartościowa, pozytywna, bezuczuciowa. Ocen ryzyka, maksymalizacji funkcji użyteczności, opracowywania tablic trwania życia dokonuje się poza obszarem etyki. Ale nawet z punktu widzenia czysto naukowego można dostrzec tu hipokryzję. Wystarczy znajomość elementarnej logiki, żeby to wykazać. Osoba schorowana, cierpiąca i świadoma swojej rychłej śmierci być może i potrzebuje pieniędzy, ale przede wszystkim potrzebuje miłosierdzia, opieki oraz wsparcia duchowego.

Korporacja zaś, cokolwiek robi, robi to dla zysku. Nawet nienaukowy rozum widzi tu sprzeczność, bo dwóm panom służyć nie można. Jeśli naukowo podpowiadam firmie optymalną decyzję, czyli dającą jej zysk, to w najlepszym razie nie dbam o osobę potrzebującą miłosierdzia, nie widzę jej, bo to tylko sprzedawca. Czyż można nie zważać na przypadki wymuszania „sprzedawania” polis? Czy kryteria optymalności transakcji wiatykalnych uwzględniają fakt, że osoby nieuleczalnie chore są przekonywane do kupna tzw. polis na życie, zatajając fakt swej rychłej śmierci?

Czemu i komu mają służyć prace naukowe o sekurytyzacji zebranych (czyli odkupionych) polis na życie od osób w podeszłym wieku? Żadna instytucja bankowa emitująca obligacje śmierci nie sięgnie po lekturę prac publikowanych na „zwykłych” uniwersytetach, ma bowiem swoich ekspertów, którzy badania takie przeprowadzają nie dla punktów, lecz dla zysku. *Telos* zwykłego (normalnego) uniwersytetu to służba osobom ludzkim, a nie sztucznym osobom prawnym, czyli korporacjom, których celem jest ich zysk, zysk finansowy.

Czemu i komu mają służyć uwłaczające godności ludzkiej prace poświęcone sposobom „optymalnej wyceny klienta”. Uwłaczają godności tych, którzy wyceniają, i tych wycenianych. Jeśli osoba oceniająca jest sztuczną osobą prawną lub zwykłą osobą będącą na służbie przedsiębiorcy, to w ramach logiki wolnorynkowej można to wytłumaczyć. Z punktu widzenia groszodojnej firmy osoba ludzka jest niczym innym jak bezosobowym klientem.

Ale czy można pojąć elitę intelektualną uniwersytetów posługującą się obraźliwą nowomową korporacyjną i osławiającą z nią młodzież akademicką? Czy nie jest uwłaczające godności pracownika naukowego opracowywanie naukowych metod naukowego zarządzania klientem?

Zarządza się czymś realnie istniejącym, zwykle jakąś organizacją, przedsiębiorstwem, uczelnią, szpitalem. Zarządzanie klientem można zrozumieć na zasadzie bazarowego żargonu zastępowania liczby mnogiej liczbą pojedynczą: „po czemu ten ogórek?”, czyli należałoby to rozumieć jako zarządzanie całą swoją klientelą.

Czy można pojąć zwykłym rozumem sens zarządzania kompetencjami? Kompetencjami, jakie ma jedna określona osoba, czy tymi samymi kompetencjami posiadanymi przez zespół kompetentnych osób? Jakie trzeba mieć kompetencje, żeby zarządzać kompetencjami i jakie z kolei potrzebne są kompetencje, żeby te kompetencje ocenić? Równie karkołomne i wydawałoby się bełkotliwe jest zarządzanie innowacjami. A jednak to to tylko pozory, a ściślej, pełna ignorancja istoty problemu, badanie którego finansowane jest nawet ze środków Unii Europejskiej.

Czyż można wymyślić coś bardziej innowacyjnego (czyli absurdalnego) niż zarządzanie ryzykiem starości? Jakże kuriozalne są prace niby-naukowe, nawet profesorskie, o zarządzaniu ryzykiem długowieczności. Jakże można akceptować definicję ryzyka starości w postaci prawdopodobieństwa, że jakaś kohorta będzie żyła dłużej lub krócej? Każda kohorta, każdy jej uczestnik, żyje dłużej lub krócej.

W dawniejszych czasach niewolnika traktowano jako „narzędzie mówiące ludzkim głosem”, w obecnych czasach poddany kosmokratów jest traktowany jako żywy kapitał (ludzki kapitał), ważny (cenny) dopóty, dopóki „procen-tuje”, później staje się dla jednych „obciążeniem społecznym” (demografowie), dla innych ryzykiem.

Ryzyko to przede wszystkim zdarzenie losowe i przy tym nieprzyjemne, niekorzystne czy niechciane. Starość bądź długowieczność nie jest zdarzeniem losowym, wprost przeciwnie, to krótkowieczność jest niepożądanym zdarzeniem losowym.

Bez żadnej uczoności wiadomo, że ryzyko to coś niedobrego, czego nie chcemy, przed czym się zabezpieczamy, czego chcemy uniknąć. Nigdy i nikt nie może zarządzać żadnym ryzykiem, odrobina wiedzy i nieco szacunku dla języka pozwoliłaby uniknąć ryzyka ośmieszania się.

Czyż nie stosowniej, czyli bardziej po ludzku, zamiast Katedr Ryzyka Starości powoływać Katedry Ludzkiej Troskliwości, troski geriatrycznej, opieki senioralnej czy astenicznej? „Faktem jest, że podeszły wiek stanowi wielkie wyzwanie i wielką szansę. Może być najlepszym czasem, jaki człowiek kiedykolwiek przeżył, ponieważ jest uwolniony od zarabiania na życie, od niepokoju, że może stracić pracę, od potrzeby przypodobania się przełożonemu, aby otrzymać awans; człowiek jest wówczas naprawdę wolny, niemal tak wolny, jak jesteśmy we śnie, kiedy tego dowodzą nasze sny, jesteśmy znacznie bardziej kreatywni, niż moglibyśmy się kiedykolwiek spodziewać” (Fromm, 2015, s. 157). Być może niniejsze opracowanie potwierdza tezę Fromma.

Czyż cierpiąca ludzka istota, będąca źródłem zysku instytucji finansowo-ubezpieczeniowej i graczy giełdowych, nie powinna stanowić przedmiotu naszej troski? Jeśli „spekulanci” mogą czerpać zyski z akwizycji polis, to nie może tego robić państwo? Przecież doktryna TINA¹⁷ o tym, że dla ideologii wolnorynkowej nie ma alternatyw, jest nie tyle fałszywa, ile nieludzka, istnieje mnóstwo alternatywnych rozwiązań. Nie zarządzajmy klientem, zaopiekujmy się troskliwie potrzebującymi ludźmi, proponując np. alternatywne formy ubezpieczeń pozarynkowych, nienastawionych na zysk.

Czemu, komu, jakim celom ma służyć rozwijanie sztucznej nauki o sztucznych osobach, błędnie nazwanej demografią biznesową?

Demografia jest nauką zajmującą się wszelkimi przejawami życia ludzi, nazwa pochodzi od dwóch słów greckich: *δημος* (*demos*) i *γραφη* (*grafo*) oznaczających odpowiednio lud i pismo. Z kolei słowo „populacja” pochodzi od łacińskiego wyrazu *populus* oznaczającego także lud. W naukach biologicznych pod pojęciem tym rozumie się zbiorowość organizmów żywych. W demografii biznesowej pojęciem populacja objęto przedsiębiorstwa niemające nic

¹⁷ *There Is No Alternative* – doktryna sformułowana przez M. Thatcher.

wspólnego z żywymi organizmami. Kreując jednak nową naukę o sztucznych stworach, trzeba było wprowadzić podstawowe kategorie z dziedziny wiedzy o naturalnych stworzeniach. Nie było to trudne, przyjęto bowiem, że urodzenie przedsiębiorstwa oznacza jego wejście na rynek, zaś jego zgon to wyjście z rynku. O życiu i śmierci tych stworów, bez żadnej przenośni, decyduje rynek. Niezależnie od tego, że „życie” tych sztucznych stworów nie podlega prawom biologicznym, mimo to do analizy ich przeżywalności bezkrytycznie używane są biologicznie uzasadniane funkcje trwania życia.

9. Zakończenie

Posiłkując się metaforą stosowaną przez Korta, zauważmy, że zaraz po II wojnie światowej ludzkość była uwodzona przez dwa konkurujące śpiewy syrenie. Jeden na nutę *sovieticus*, drugi na nutę *americanus*.

Pierwsza pieśń ustąpiła miejsca drugiej. Oprócz tej pieśni nekrofilnej wciąż rozbrzmiewa druga pieśń, pieśń biofilna, intonowana przez życie. Pierwsza kusi władzą, bogactwem i zaszczytami, druga zaś jest wołaniem o poszanowanie życia. Musimy sobie uświadomić, po pierwsze, że stoimy przed dylematem albo wybieramy zew śmierci, albo zew życia, a po drugie, że wybór nasz nie jest sprawą li tylko osobistą. Jako nauczyciele akademicki wpływamy na wybory młodzieży i podopiecznych. Czynimy to nawet mimo naszej woli, albowiem tylko przedmioty czysto formalne (matematyka, statystyka, logika) są „czyste”, wszystkie inne są „skażone”. W mniejszym lub większym stopniu zawsze służą jakiemuś celowi. O rozsądny wybór dawno temu apelował Fromm (2015, s. 71): „jako istota ludzka do istot ludzkich” aby pamiętać o swoim człowieczeństwie i zapomnieć o reszcie. Jeżeli to potrafimy uczynić, to „przed nami otwiera się droga do nowego raju; jeżeli nie, przed nami nie ma już nic, tylko powszechna śmierć”.

Język kształtuje świadomość. Uświadomiwszy to, zamiast nekrofilnego języka używajmy języka biofilnego. Ekonomiczną bazę pojęciową: *kapitał, zysk, klient, konkurencja, inwestycja, innowacja*, przynajmniej wzbogaćmy

słownictwem człowieczeństwa: *życie, człowiek, rodzina, społeczeństwo, współpraca, czucie i współczucie* i nadajmy mu właściwą rangę.

Weźmy do serca i rozumem ogarnijmy sens pięknych słów Schweitzera: *jestem życiem, które chce żyć pośród życia, które także chce żyć*¹⁸.

Język nie tylko kształtuje świadomość, ale jest też materialnym przejawem duszy narodów, odnośmy się więc z szacunkiem do mowy ojczystej, nie kaleczmy duszy swojego narodu, nie zachwaszczajmy jej scoringami, kastomizacją, scriningami, aplikacjami, couchingiem, clientingiem, mainstreamem.

Tak, tak, masz słuszość, jakby to powiedział Kandyd, ale trzeba uprawiać nasz ogródek.

Przystąpmy więc do znanej na rynku akceleracyjnej Akademickiej Ligi Startupów, zastartupujmy i procedujmy zasiew Rejowy w akademickich inkubatorach przedsiębiorczości z celem forwardowania go do naszych klientów (studentów) według ich LCV, LTV, CLTV (*customer lifetime value*).

Podziękowania i wyjaśnienia

Dziękuję profesorowi Bartoszowi Witkowskiemu, organizatorowi uroczystości poświęconej 70. rocznicy urodzin profesor Marii Podgórskiej, za zaproszenie do wzięcia w niej udziału. Profesor Marię Podgórską poznałem, zanim Ją spotkałem, i od razu bardzo polubiłem, od razu stała się bliską mi osobą, pisała bowiem piękną, nienaganną polszczyzną, a pisała o sprawach nauki w jej pierwotnym znaczeniu. Późniejsze, osobiste spotkania, podczas wspólnie organizowanych konferencji, zapisane są w wykazie najprzyjemniejszych zdarzeń w moim życiu.

Dziękuję również profesorowi Markowi Męczarskiemu za wyrozumiałość, a najbardziej za zrozumienie (a może nawet i poparcie) moich intencji oraz przyjęcie do druku tekstu mojej krytyki, a jednocześnie apelu do środowiska akademickiego (uniwersyteckiego) o refleksję nad *telosem* uniwersytetu,

¹⁸ W oryginale: *Ich bin Leben, das leben will, inmitten von Leben, das leben will*.

nad celem badań naukowych (nie niby-naukowych) i swoją rolę, a dokładniej, o naszej moralnej odpowiedzialności za kształtowanie umysłów jeszcze nieukształtowanych.

Dziękuję Pani Monice Baranowskiej za trud włożony w stylistyczne szlifowanie mego tekstu, a szczególnie za akceptację nie tylko mego stylu, ale i leksyki, może i nieprzyjemnej, ale oddającej (odzwierciedlającej), niestety, nieprzyjemną rzeczywistość. *Verum, tamen tristes.*

Bibliografia

- Alborn T. (2007). *A License to Bet: Life Insurance and the Gambling Act in the British Courts*, „Connecticut Insurance Law Journal”, vol. 14, 1, s. 1–6.
- Bakan J. (2006). *Korporacja. Patologiczna pogoń za zyskiem i władzą*, Warszawa: Lep-szy Świat.
- Barker D., Mander J. (1999). *Invisible Government. The World Trade Organization: Global Government for the New Millenium*, A Primer Prepared By the International Forum on Globalization.
- Boczkowski A. (2014). *Uniwersytet a kształcenie masowe. Od idei Uniwersytetu do ideologii kształcenia na poziomie wyższym*, „Przegląd Socjologiczny”, 3, s. 9–37.
- Boldeman L. (2007). *The Cult of the Market. Economic Fundamentalism and its Discontents*, The Australian National University (ANU).
- Caparros M. (2016). *Głód*, Kraków: Wydawnictwo Literackie.
- Chang Ha-Joon (2013). *23 rzeczy, których nie mówią ci o kapitalizmie*, Warszawa: Wydawnictwo Krytyki Politycznej.
- Cohen G. (2003). *Note. The Price of Everything, the Value of Nothing: Reframing the Commodification Debate*, „Harvard Law Review”, 117, 2, s. 689–710.
- Dagan T., Fisher T. (2011). *The State and the Market – a Parable: on the State’s Commodifying Effects*, „Public Reason”, vol. 3(2), s. 44–60.
- Dublin L.I., Lotka A.J. (1977). *The Money. Value of a Man*, reprinted, New York: Amo Press.
- Fabińska M., Czyż P., Kubiak K., Guderska E. (2010). *Akademia zarządzania innowacjami*, materiały szkoleniowe, Łódź.
- Faliński J.F. (1998). *Uczeni niedouczeni w peregrynacjach po naukę*, „Wiadomości Ekologiczne”, vol. 3, s. 131–137.

- Frank T. (2000). *One Market Under God: Extreme Capitalism, Market Populism, and the End of Economic Democracy*, New York: Anchor Books.
- Freudenberg N. (2016). *Lethal but Legal: Corporations, Consumption, and protecting public health*, Oxford: Oxford University Press.
- Fromm E. (1999). *Mieć czy być*, Poznań: Rebis.
- Fromm E. (2015). *O nieposłuszeństwie i inne eseje*, Kraków: Wydawnictwo „vis-a-vis”.
- Gabryelczyk K. (red.) (2009). *Private asset & Wealth management. Nowe instrumenty i usługi finansowe*, Warszawa: C.H. Beck.
- Gelernter D. (2007). *Americanism: the Fourth Great Western Religion*, Doubleday.
- Henderson H. (1981). *The Politics of the Solar Age: Alternatives to Economics*, New York: Anchor Books.
- Korten D. (2002). *Świat po kapitalizmie. Alternatywy dla globalizacji*, Łódź: Stowarzyszenie „Obywatel”.
- Korten D. (2006). *The Great Turning: From Empire to Earth Community*, San Francisco: Berrett-Koehler Publishers.
- Larson D. (2012). *The Crusading Religion of Americanism*, „The American Conservative”, February 14.
- Leihart P.J. (2012). *Between Babel and Beast: America and Empires in Biblical Perspective (Theopolitical Visions)*, Wipf & Stock Pub.
- Leszczyński A. (2016). *Eksperymenty na biednych*, Warszawa: Wydawnictwo Krytyki Społecznej.
- Locke J. (1992). *Dwa traktaty o rządzie*, Warszawa: PWN.
- Loy D.R. (1997). *The Religion of the Market*, „Journal of the American Academy of Religion”, vol. 65/2, s. 275–290.
- Martin S.L. (2011). *Betting on Lives of Strangers: Life Settlements, STOLI, and Securitization*, „Journal of Business Law”, vol. 13, s. 173–219.
- Murphy C. (2008). *Are we Rome The Fall of an Empire and the Fate of America*, Boston: Mariner Books.
- Nelson R.H. (2001). *Economics as Religion: from Samuelson to Chicago and Beyond*, Pennsylvania State University Press, University Park (PA).
- Oręziak L. (2016). Wywiad, w: *Paradoksy ekonomii. Rozmowy z polskimi ekonomistami*, G. Konat, T. Smaga (red.), Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Patel R. (2010). *Wartość niczego*, Warszawa: Muza.
- Phillipson R. (2006). *English, a Cuckoo in the European Higher Education Nest of Languages?*, „European Journal of English Studies”, 10, s. 13–32.
- Phillipson R. (2008). *Lingua Franca or Lingua Frankensteinia? English in European Integration and Globalization*, „World Englishes”, 27, s. 250–267.

- Phillipson R. (2016). *Myths and Realities of 'Global' English*, „Language Policy”, 21.06, s. 1–20.
- Polanyi K. (1957). *The Great Transformation*, Boston: Beacon Press.
- Popkiewicz M. (2012). *Świat na rozdrożu*, Katowice: Sonia Draga.
- Ray L.M. (2000). *The Viatical Settlement Industry: Betting on People's Lives is Certainly no „Exacta”*, „Journal of Contemporary Health Law and Policy”, vol. 17, s. 321–347.
- Sandel M.J. (2012). *Czego nie można kupić za pieniądze*, Warszawa: Kurhaus.
- Schumacher E.F. (1981). *Małe jest piękne*, Warszawa: PIW.
- Shu-Acquaye F.B., Reid E.D. (2005). *Viatical Settlement Industry: Does Mutual Benefits Render it Terminal?*, „Transactions: The Tennessee Journal of Business Law”, vol. 7, s. 7–70.
- Stone I.F. (1989). *The Trial of Socrates*, New York: Ancor Books.
- Swales J.M. (1997), *English as Tyrannosaurus Rex*, „World Englishes”, vol. 16, no. 3, s. 373–382.
- Szczeklik A. (2003). *Katharsis. O uzdrowicielskiej mocy natury i sztuki*, Kraków: Znak.
- Tanner J.M. (1981). *A History of the Study of Human Growth*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Vogl J. (2015). *Widmo kapitału*, Warszawa: Wydawnictwo Krytyki Politycznej.
- Wacquant L. (2009). *Więzienia nędzy*, Warszawa: KiW.
- Wise D., Ross T.B. (1964). *The Invisible Government*, New York: Random House.
- Zelizer V.A. (1978). *Human Values and The Market: the Case of Life Insurance and Health in 19th Century America*, „American Journal of Sociology”, vol. 84, s. 591–610.
- Zelizer V.A. (1979). *Morals and Markets: the Development of Life Insurance in the United States*, New York: Columbia University Press.
- Ziegler J. (2011). *Imperium hańby*, Warszawa: Książka i Prasa.
- Ziegler J. (2013). *Geopolityka głodu*, Warszawa: Książka i Prasa.

Źródła internetowe

- A collection of book reviews on Robert H. Nelson, *Economics as religion: from Samuelson to Chicago and Beyond*, http://faculty.publicpolicy.umd.edu/sites/default/files/nelson/files/economics_religion/bookreviews.pdf [dostęp: 10.01.2020].
- Cobb J.B. (2010). *Consumerism, Economics, and Christian Faith*, <https://www.religion-online.org/article/consumerism-economism-and-christian-faith/> [dostęp: 8.02.2010].

- Goldstein M. (2007). *Profiting from Mortality. Death Bonds May Be the Most Macabre Investment Scheme Ever Devised by Wall Street*, BusinessWeek, July, http://www.businessweek.com/print/magazine/content/07_31/b4044001.htm?chan=gl [dostęp: 20.01.2020].
- Huebner S.S. (1926). *The Extent and Importance of the Monetary Value of Human Life*, Solomon S. Huebner Books & Magazines. Book 20, http://digitalcommons.the-americancollege.edu/huebner_books/20 [dostęp: 20.01.2020].
- Kayman M.A. (2009). *The Lingua Franca of Globalisation: "filius nullius in terra nullius", as we say in English*. Nordic Journal of English Studies, 8(3), s. 87–115. DOI: <http://doi.org/10.35360/njes.199> [dostęp: 22.01.2020].
- Kumar A. (2019). *These 16 Powerful Corporations that Secretly Control the World*, <https://revolutionary-entrepreneur.com/16-powerful-corporations-that-secretly-control-the-world-part-1/> [dostęp: 10.01.2020].
- Menoncin F. (2009). *Death Bonds with Stochastic Force of Mortality*, file:///C:/Users/Walo42/Documents/death%20bonds%20.pdf [dostęp: 30.01.2020].
- Moral Economies of Consumption*, <http://repository.essex.ac.uk/20204/3/UNANONYMISED%20Moral%20Economies%20of%20Consumption.pdf> [dostęp: 4.01.2020].
- Parkinson D. (2009). *Why Death Bond Are an Issue of Grave Concern*. The Globe and Mail, Oct. 15 (upadeted May 1, 2018), <https://www.theglobeandmail.com/globe-investor/why-death-bonds-are-an-issue-of-grave-concern/article4318682/> [dostęp: 20.01.2020].
- Phillipson R. (2014). *ESF Research Networking Programme Responding to Complex Diversity in Europe and Canada (RECODE)*. The politics of multilingualism: linguistic governance, globalisation and Europeanisation Université de Genève, 19–20 June 2014, *English, the lingua nullius of global hegemony*, http://www.linguistic-rights.org/robert-phillipson/Robert_Phillipson_English_in_global_hegemony.pdf [dostęp: 20.01.2020].
- Phillipson R. (2011). *English: from British Empire to Corporate Empire*, „Sociolinguistic Studies”, 5(3), s. 441–464, <http://www.lllf.uam.es/clg8/actas/pdf/paperCLG96.pdf> [dostęp: 22.01.2020].
- Sandel M.J. (2013). *The Moral Economy of Speculation: Gambling, Finance, and the Common Good*, The Tanner Lecture on Human Values, University of Utah, February, <https://tannerlectures.utah.edu/Sandel%20Lecture.pdf> [dostęp: 20.01.2020].
- Sztaudynger J.J. (2013). *Wzrost PKB, rodzina, jakość życia*, <http://dx.doi.org/10.18778/1733-3180.12.09> [dostęp: 20.01.2020].

- Winer T.R. [b.r.]. *The Viatical and Life Settlement Industry: New Perspectives for Actuaries*. A Marketing Research Project Report, file:///C:/Users/Walo42/Desktop/moral-limits-of-Market/Viatical%20scheme%20life_settlement.pdf [dostęp: 10.01.2020].
- Zelizer V.A. (2017). *A Dollar Is a Dollar Is Not a Dollar: Unmasking the Social and Moral Meanings of Money*, „Los Angeles Review of Books”, June 15, <https://lareviewofbooks.org/article/a-dollar-is-a-dollar-is-not-a-dollar-unmasking-the-social-and-moral-meanings-of-money/> [dostęp: 20.01.2020].

Rozdział 3

PARADYGMAT FINANSÓW NA PRZEŁOMIE XX I XXI WIEKU. ZMIANA CZY MODYFIKACJA?

Przełom XX i XXI wieku to okres nasilenia zjawisk, które wyraźnie sygnalizują, że w świecie finansów można zaobserwować objawy chaosu. Zasada powiernictwa przestała być podstawową wytyczną działalności instytucji finansowych (*nie wszystkie produkty mają na uwadze interes klienta*). Rynek finansowy, który miał być siłą napędową i krwiobiegiem gospodarki realnej, pokochał ryzyko spekulatywne, a więc niestabilność, która ewidentnie nie sprzyja rozwojowi gospodarki realnej najlepiej funkcjonującej w warunkach stabilności. Globalna gospodarka rynkowa nie potrafi poradzić sobie z takim problemem jak dominacja stopy zwrotu z kapitału r nad stopą wzrostu dochodu z produkcji g (*przeszłość pochłania przyszłość*). Coraz wyraźniej dostrzegamy problemy związane z konstrukcją efektywnego systemu emerytalnego oraz problem nierówności majątkowej i oszczędzania (*biedne państwa bogaczy*). Te problemy, mając na uwadze sferę organizacyjną sektora finansowego oraz sferę każdego ryzyka, z jakim mamy do czynienia w tym sektorze, wymagają analizy w aspekcie zmian, a może modyfikacji paradygmatu finansów.

1. Teoria paradygmatów

Twórca teorii paradygmatów Thomas Kuhn w pracy *The Structure of Scientific Revolution* (Kuhn, 1962) przedstawił problemy związane z tworzeniem, funkcjonowaniem oraz zmianami paradygmatu w nauce. Zanim przejdziemy do rozważań dotyczących zmian paradygmatu finansów, warto zatrzymać się nad istotnymi z punktu widzenia schematu rozwoju oraz postępu w nauce problemami związanymi z samym pojęciem paradygmatu. Zazwyczaj tego typu rozważania poprzedzane są wprowadzeniem zawierającym definicje pojęć podstawowych. W tym przypadku chodzi o pojęcie paradygmatu, jego rozumienie i znaczenie dla rozwoju nauki.

Początki pojęcia paradygmatu sięgają starożytnej Grecji (gr. *paradeigma* – wzór, model). Zajmowali się tym pojęciem wybitni filozofowie greccy, m.in. Platon i Arystoteles. Platon w swoich pracach przedstawiał paradygmat jako pewną ideę lub formę będącą prawzorem rzeczy zmiennych. Arystoteles nadał pojęciu paradygmatu znaczenie konkretnego wzorca, który w efekcie stanowi formalną przyczynę zaistnienia określonych rzeczy. Na przestrzeni dziejów rozumienie i stosowanie pojęcia paradygmatu ulegało modyfikacjom, przy czym dominowało podejście, w którym zwracano szczególną uwagę na problematykę teorii znaczenia rzeczywistości językowej (formułowanie pojęć, terminów, wyrażań oraz sposób ich użycia i rozumienia, tzw. gra językowa, której reguły określa paradygmat, jak również zmiana pojęć i idąca za tym zmiana znaczenia słów) (Wittgenstein, 1953). Kuhn w pracy *Dwa bieguny* (1985) zaprezentował szersze podejście, w którym uwzględnia, obok wspomnianych problemów rzeczywistości językowej, problemy badawcze, w tym stany świadomości, aspekty wzorca, modelu oraz dominującej teorii, tym samym podkreślał, że paradygmat powinien zawierać trzy podstawowe elementy.

- Założenia ontologiczne (Jaki jest charakter rzeczywistości językowej?),
- Założenia epistemologiczne (Jakie są szanse i granice poznania rzeczywistości?),
- Założenia metodologiczne (Jaki jest najlepszy sposób poznawania rzeczywistości?).

W języku potocznym przez paradygmat rozumiemy przyjęty sposób widzenia rzeczywistości w danej dziedzinie, doktrynie. Nie jest to określenie w pełni odpowiadające wymogom definicji naukowej, dlatego sięgamy do uogólnienia, jakie na bazie filozofii nauki oraz teorii poznania w swoich rozważaniach dotyczących teorii paradygmatu sformułował Kuhn (1962, s. 12): „**Paradygmat** – powszechnie uznawane osiągnięcia naukowe, które dostarczają społeczności uczonych w **pewnym okresie czasu** modelowych rozwiązań problemów danej dziedziny nauki, a także stwarzają możliwości rozwiązań problemów w dziedzinach pokrewnych” [wyróżnienie – T.M.].

Z definicji tej można wnioskować, że paradygmat określa podstawową ontologię (rzeczywistość językową), spektrum problemów naukowych, wzorce rozwiązań i kryteria ich oceny, a tym samym pozwala na ocenę stanu świadomości w społeczności uczonych.

Jak wynika z powyższej definicji, paradygmat niejako wytycza w nauce główny kierunek, jeśli chodzi o język, metodologię i sferę badań (praktyki naukowe i schematy myślowe). Jednocześnie mając na uwadze aspekt czasowy, paradygmat w nauce może podlegać swoistym modyfikacjom w czasie, tzn. jest uszczegółowiany, rozbudowywany, uściślany w zmieniających się coraz bardziej skomplikowanych warunkach. Ten proces modyfikacji jest bodźcem dla rozwoju danej dziedziny nauki przez fakt uwzględniania w paradygmacie nowych osiągnięć naukowych, zweryfikowanych hipotez dotyczących konsekwencji dostrzeganych, opisywanych i badanych zjawisk, relacji między obiektami oraz zmian w otoczeniu. Efektem tego procesu jest wzbogacanie zasobu wiedzy.

Kuhn wykorzystał teorię paradygmatów do badania rozwoju nauk ścisłych, przy czym wyniki, jakie przedstawił w swojej pracy, są wielce pomocne w procesie analizy rozwoju nauki, w którym wyróżniamy trzy podstawowe okresy.

Okres 1. przedparadygmatyczny (*protonauka*), w którym wszystkie fakty są w równym stopniu istotne. Działalność naukowa w tym okresie sprowadza się do gromadzenia, analizy i opisu faktów. Skutkiem jest wypracowanie paradygmatu.

Okres 2. paradygmatyczny (*nauka normalna*), w którym przyjęty paradygmat wskazuje i wytycza pewne wzory, jeśli chodzi o praktykę naukową.

Obejmują one prawa, teorie, stosowanie aparatury, wyposażenie techniczne, co stanowi swego rodzaju model dla badań naukowych. W konsekwencji wraz z rozwojem nauki normalnej mamy do czynienia z logicznie zwartą tradycją badań naukowych, która powoduje, że obserwujemy zjawisko dojrzewania nauki, tzn. pojawiają się badania szczegółowe, w badaniach wykorzystywana jest coraz bardziej specjalistyczna aparatura badawcza, a tym samym daje się zaobserwować wysoki stopień specjalizacji w środowisku badawczym. Nauka normalna staje się tzw. nauką dojrzałą. Należy zaznaczyć, że zbyt długi okres dojrzałości, przy braku refleksji dotyczącej faktu, iż wiedza jest zasobem, a więc jak każdy zasób starzeje się, prowadzi w nauce normalnej/dojrzałej do osłabienia bodźców dla intensywnych działań na trzecim poziomie niepewności. W efekcie może okazać się, że nauka normalna/dojrzała doskonale radzi sobie z rozwiązywaniem łamigłówek według reguł określonych przez paradygmat, zaś nie radzi sobie z poszukiwaniem prawdy związanej ze zjawiskami wykraczającymi poza ramy obowiązującego paradygmatu, tzn. wkraczaniem na wspomniany trzeci poziom niepewności – odkrycia naukowe. Pojawiają się wątpliwości, czy tak ma kształtować się wizerunek rozwijającej się nauki, a więc nauki nie tylko nadążającej za dynamicznie zmieniającym się otoczeniem, ale będącej stymulantą zmian. W konsekwencji mogą pojawić się pierwsze objawy kolejnego okresu.

Okres 3. rewolucyjny (*zmiana paradygmatu*) – pojawiają się anomalie, tzn. zjawiska, których wyjaśnienie za pomocą obowiązującego paradygmatu jest trudne lub wręcz staje się niemożliwe bez modyfikacji czy nawet zmiany paradygmatu. W przypadku paradygmatów obowiązuje prawo:

Im ściślejszy i dalej sięgający paradygmat, tym stanowi on bardziej czuły wskaźnik anomalii dający sygnał do ewentualnych zmian.

Jeżeli anomalie nie znajdują rozwiązania na gruncie paradygmatu, wówczas nauka normalna (dojrzała) wchodzi w fazę kryzysu – fazę zwaną nauką nadzwyczajną, w której badania przyjmują postać badań przedparadygmatycznych. W teorii prezentowanej przez Kuhna rozważane są trzy możliwości zakończenia kryzysu:

1. Rozwiązanie problemu pojawiających się anomalii zgodnie z obowiązującym paradygmatem, przy uwzględnieniu jego dopuszczalnych modyfikacji.
2. Odłożenie rozwiązania problemu na później z uwagi na fakt, iż paradygmat nie jest w stanie poradzić sobie z takim problemem.
3. Stworzenie nowej teorii, która stanie się nowym paradygmatem – i rewolucja naukowa, co kojarzy się z gruntownymi zmianami.

Pierwsze dwie możliwości pozwalają na ewolucyjne, nie rewolucyjne zakończenie kryzysu, tzn. rozwiązanie problemu anomalii w ramach obowiązującego paradygmatu, wykorzystując procedury jego modyfikacji. Ma to istotne znaczenie z punktu widzenia postępu i rozwoju nauki. Stosując jedną z tych możliwości, pozostajemy przy obowiązującym paradygmacie, dokonujemy jedynie jego modyfikacji stosownie do możliwości wynikających z nowych osiągnięć naukowych oraz pojawiających się anomalii. W przypadku konieczności zastosowania trzeciej możliwości mamy do czynienia ze zmianą paradygmatu – rewolucyjnym zakończeniem kryzysu. To proces uciążliwy dla środowiska badaczy, zwykle rozciągnięty w czasie. Zmiany paradygmatu zazwyczaj poprzedzone są przejściowym okresem wieloparadygmatyczności, tzn. występowaniem wielu paradygmatów.

Jak zauważono, paradygmaty ulegają zmianie nie ze względów poznawczych, lecz w wyniku znużenia uczonych niepowodzeniami w rozwiązywaniu problemów związanych z anomaliami. Jednocześnie zmiany paradygmatów pociągają za sobą radykalne zmiany znaczenia pojęć i terminów naukowych (Wittgenstein, 1953). Jak z tego wynika, w przypadku zmiany paradygmatu poza problemem wyjaśnienia i rozwiązania anomalii pojawiają się problemy ontologiczne rzeczywistości językowej. Mając na uwadze te fakty, Kuhn dostrzegał możliwość postępu w nauce jedynie w ramach paradygmatu i zanegował ideę postępu naukowego przez zmianę paradygmatu. Jednocześnie podkreślał, że zmiana paradygmatu powoduje zerwanie ciągłość rozwoju nauki ze względu na fakt występowania zjawiska niewspółmierności teorii formułowanych w ramach odmiennych paradygmatów. Niewspółmierności będącej konsekwencją tego, że w okresie zmiany paradygmatu (okresie wieloparadygmatyczności) pojawia się trudny do rozwiązania problem wyboru spośród wielu paradygmatów.

Okazuje się, że paradygmatów nie można porównywać między sobą zarówno w sferze językowej (te same pojęcia inny sens), jak i metodologicznej (inne definicje nauki, inne problemy uznawane za naukowe). O wyborze decyduje kryterium efektywności poznawczej (eliminujemy model o gorszej efektywności poznawczej). Do tej pory jednak nie skonstruowano międzyparadygmatycznego kryterium oceny, tzn. nie dysponujemy miarą, która umożliwiałaby rozstrzyganie, która z teorii w ramach odmiennych paradygmatów jest bardziej wartościowa poznawczo. W konsekwencji proces wychodzenia z fazy nauki nadzwyczajnej, szczególnie dochodzenia do nowego paradygmatu charakteryzuje się ogólnym chaosem, zwłaszcza jeśli chodzi o rozumienie podstawowych pojęć, sposób patrzenia na dziedzinę, jej metody i cele. Dodatkowo brak porównywalności nowych paradygmatów z paradygmatem zmienianym utrudnia ocenę, a tym samym proces decyzyjny. Biorąc pod uwagę, iż alternatywne paradygmaty są w jakimś stopniu sprzeczne, trudno wnioskować, że nauka rozwijając się przez zmianę paradygmatów, dąży i zbliża się do prawdy.

2. Paradygmat finansów (rynków finansowych)

Przełom wieków XX i XXI to okres nasilenia zjawisk, które wyraźnie sygnalizują, że w świecie finansów, a zwłaszcza na rynkach finansowych można zaobserwować objawy chaosu. Kryzys finansowy, z jakim mamy do czynienia od roku 2007, jest tego efektem i potwierdzeniem słuszności tej tezy. Zarówno w obszarze produktów, jak i regulacji dotyczących instytucji finansowych pojawiły się rozwiązania, które można uznać za zaskakujące w aspekcie przyjętych i utrwalonych zasad funkcjonowania rynku finansowego. Analiza zachowań podmiotów działających w poszczególnych sektorach rynku finansowego, tzn. sektora bankowego, ubezpieczeniowego i kapitałowego wynikających ze zmian w otoczeniu, takich jak m.in. rozwój technologii teleinformatycznych, liberalizacja i umiędzynarodowienie rynków finansowych, postępujący proces globalizacji w okresie poprzedzającym kryzys oraz w czasie trwania kryzysu, może prowadzić do zastanowienia się nad tym, czy przypadkiem nie mamy do

czynienia z modyfikacją czy też ze zmianą paradygmatu rynku finansowego, a nawet paradygmatu finansów? Czy zbiór pojęć, a w konsekwencji teorii tworzących podstawę nauki o finansach, na którym bazujemy, jest ciągle twórczy poznawczo i spełnia wymogi dobrego paradygmatu, tzn.:

- a) jest spójny logicznie i pojęciowo,
- b) jest najprostszy i zawiera tylko te pojęcia, które są niezbędne dla nauk o finansach,
- c) daje możliwości tworzenia teorii szczegółowych opisujących i wyjaśniających wszelkie zmiany i fakty, jakie obserwujemy na rynku finansowym?

Powyższe uwagi odnoszą się do całego okresu przełomu XX i XXI wieku, tzn. obejmują zarówno lata poprzedzające kryzys finansowy, jak i czas kryzysu. W okresie tym na rynku finansowym zaczęły pojawiać się instrumenty pochodne, opcje oraz wszelkiego typu produkty, których powiązania z realną sferą gospodarki były trudno dostrzegalne, a nawet produkty oderwane od realnej sfery gospodarki. Zachowania podmiotów funkcjonujących na rynku finansowym udowodniły, że zmienia się znaczenie takich pojęć, jak zasada powiernictwa, zasada służebności, zasada dobrego włodarza, funkcja pośrednika. Pojęcia te są inaczej rozumiane niż w klasycznych finansach lub wręcz tracą rację bytu na rynku finansowym. Przestaje się liczyć i nie odgrywa znaczącej roli etyka w finansach, zaś regulacje prawne nie nadążają za niepokojącym zjawiskiem narastającej intensywności występowania hazardu moralnego. Okazało się, że zanikają podstawowe zasady, jakimi powinien kierować się każdy podmiot świadczący usługi na rynku finansowym, w gestii którego leży zarządzanie środkami finansowymi powierzonymi przez klienta, w tym zasada powiernictwa – pomoc klientowi w rozwiązywaniu problemów, realizacji zleceń i zaspokajaniu potrzeb (odpowiedzialność i zaufanie). *Misją instytucji finansowych*, według obowiązującego paradygmatu, jest *pośrednictwo polegające na kojarzeniu tych, którzy posiadają kapitał z tymi, którzy potrzebują kapitału*, przy czym *pośrednictwo to ma kierować się interesem klienta mając na uwadze wzrost gospodarczy*, tzn. działanie w myśl zasady „Wszyscy odnoszą korzyści, koncentrując uwagę na kliencie” (Taft, 2012, s. 39–54, w tłum. T.M.).

Dla podniesienia zdolności kojarzenia, a tym samym efektywności działania, instytucje finansowe powinny uwzględniać możliwość dokładania własnego kapitału, pamiętając jednocześnie o koncepcji pośrednictwa zawierającej w sobie służebność z zachowaniem etycznym. W takich działaniach pojawia się konieczność odwołania się do zasady powiernictwa (ochrona interesów dużej grupy niedoinformowanych klientów o niskiej świadomości finansowej). Gdy instytucje finansowe przestały pełnić funkcję pośrednika działającego na rzecz klienta i zaczęły występować w charakterze mocodawcy własnych interesów, mamy do czynienia z odejściem od zasady powiernictwa. Podobnie rzecz się ma z zasadą służebności i odpowiedzialności, a tym samym zachowaniami etycznymi. Już w okresie poprzedzającym kryzys z roku 2007 instytucje finansowe zaczęły uważać, że zasady odpowiedzialności i służebności oparte na takich cechach, jak celowość, pokora, przewidywanie, uczciwość w działaniu, nie mogą być przyjmowane jako główne wytyczne działania. Celem działalności tych instytucji, tak jak wielu innych podmiotów funkcjonujących w sferze gospodarczej, stał się własny zysk. Interes klienta i wzrost gospodarczy, które stanowiły główne wytyczne działalności w obowiązującym dotychczas paradygmacie, zeszły na dalszy plan, egoizm zdominował odpowiedzialność. Co najgorsze, zdystansowano się od wartości etycznych, które uwypuklano w dotychczas obowiązującej teorii finansów i zwracano uwagę na ich przestrzeganie w działalności praktycznej. Wbrew wytycznym obowiązującego paradygmatu w działalności na rynku finansowym można zauważyć, że *chciwość zwyciężyła służebność*, co m.in. przyczyniło się do spaczenia idei finansów, a w konsekwencji powierniczej misji instytucji finansowych. Instytucje finansowe zaczęły działać, kierując się nową filozofią, według której *klient przestał być traktowany podmiotowo, stał się jedynie dostawcą niezbędnych środków. Zadaniem instytucji stało się wydobyć za wszelką cenę środki od klienta bazując z jednej strony na systemie, którego podstawę stanowi zaufanie do instytucji finansowych, z drugiej niska świadomość finansowa i ekonomiczna przeciętnego klienta (brak wiedzy o mechanizmach działających na rynku finansowym oraz trudnej do rozszyfrowania dla przeciętnego klienta specyfice nowych produktów finansowych).*

Przyjęto strategię mnożenia różnorodnych produktów, w tym takich, których konstrukcja zakładała zysk instytucji przy stracie klienta; dodatkowo pojawił się problem tzw. toksycznych aktywów czy zbyt zuchwałych spekulacji w obszarze instrumentów pochodnych. Te zjawiska były obserwowalne już przed rokiem 2007, który uznajemy za początek ostatniego kryzysu finansowego. Można przypuszczać, że ta filozofia funkcjonowania instytucji finansowych wsparta równie istotną z punktu widzenia paradygmatu koncepcją zacierania granic międzysektorowych na rynku finansowym, w której gubi się z pola widzenia czy też przesuwają na dalszy plan tak istotne problemy, jak specyfika ryzyka w poszczególnych sektorach rynku finansowego, cechy charakterystyczne oraz różne zasady działalności podmiotów funkcjonujących w tych sektorach, to istotne oznaki wypaczeń, jakie można było zaobserwować od lat na rynku finansowym. Uwzględnić należy dodatkowo, że wszystko odbywa się w dynamicznie zmieniającym się otoczeniu (rozwój technologii teleinformatycznych, liberalizacja, globalizacja), tzn. mamy do czynienia z ewolucją rynku finansowego. Wypada podkreślić, że wspomniana ewolucja przyczyniła się do rozwoju rynku finansowego i nie można negatywnie oceniać wszystkich jej efektów. Zatem mamy do czynienia na rynku finansowym z tzw. farmakonami, które zgodnie z określeniem Platona zawartym w dialogu *Fajdros* są lekarstwami, które lecząc jedno, zatrują inne. Sprowadza się to do tego, że rynek finansowy nie spełnia funkcji, jakie klasyczny paradygmat temu rynkowi przypisał, a wszystko przez to, że instytucje finansowe pokochały ryzyko spekulatywne, a więc niestabilność, zaś gospodarka realna najlepiej funkcjonuje w warunkach stabilności. Niestety, w okresie nasilenia niepokojących zjawisk na rynku finansowym, gdy nie narzędzia, lecz sposób ich wykorzystania przez instytucje finansowe wzbudzać mógł wątpliwości, reakcja instytucji odpowiedzialnych za sprawne funkcjonowanie rynku finansowego nie była odpowiednia do zagrożeń. Instytucje nadzoru nie reagowały z należytą energią, aby przeciwdziałać wszystkiemu zjawiskom noszącym znamiona anomalii, których rozwiązanie na gruncie obowiązującego paradygmatu okazuje się trudne, a być może wręcz niemożliwe.

Nadzór (regulator) skoncentrował uwagę na problematyce usystematyzowania przepisów prawnych w zakresie funkcjonowania instytucji finansowych, czego przejawem są regulacje np. Solvency II, MiFID II, MiFIR¹ w Unii Europejskiej. Poza tym powstały dodatkowe regulacje (zob. ustawa Dodd-Franka² w USA). Okazało się, że rynek jako niezawodny superregulator zawiodł, zwłaszcza jeśli chodzi o sytuację na rynku finansowym, z jaką mamy do czynienia od 2007 roku, a której pierwsze sygnały dały się zaobserwować już wcześniej, bo w latach 90. XX wieku. Mnożyć można przykłady potwierdzające słuszność tego stwierdzenia. Dobitym przykładem z rynku finansowego niech będzie fakt, iż przy funkcjonujących systemach nadzoru pojawiło się oszustwo podczas konstrukcji i wypuszczania na rynek papierów opartych na dźwigni (produkt CDO ABACUS2007-AC³ – bank Goldman-Sachs) czy takie sprawy, jak zawieszenie umarzania udziałów Reserve Primary Fund – Bruce’a Bennetta⁴ seniora. Interesującym, a zarazem niepokojącym zjawiskiem jest to, że obecnie działalność instytucji finansowych ukierunkowana jest w dużej mierze na konstruowanie produktów, które pozwalają zgodnie z przepisami prawa pomnażać zysk instytucji finansowych, działając na szkodę klienta. Tym samym mamy potwierdzenie tego, że na rynku finansowym **chciwość zwyciężyła służebność**. Obrazuje tę przemianę branża funduszy inwestycyjnych, która z biznesu, w którym „**sprzedajemy to, co wytwarzamy**”, zmieniła się w dziedzinę, w której „**wytwarzamy to, co będziemy sprzedawać**”. Obecna sytuacja na rynku finansowym (działania instytucji finansowych) wygląda tak, że utrwalają się sygnalizowane negatywne zmiany, a tym samym wypaczenia w rozumieniu misji finansów. Praktyka potwierdza postawę polegającą

¹ Ustawy regulujące działalność rynków finansowych oraz system wypłacalności dla zakładów ubezpieczeń.

² Zob. np. http://www.cftc.gov/ucm/groups/public/@swaps/documents/file/hr4173_enrolledbill.pdf [dostęp: 20.10.2019].

³ Ryzykowne papiery dłużne, stworzone na podstawie zaciąganych przez Amerykanów kredytów hipotecznych, więcej zob. np. <http://www.tygodnikprzeglad.pl/cala-prawda-o-goldman-sachs/> [dostęp: 20.10.2019].

⁴ Przykład: <http://www.bloomberg.com/apps/news?pid=newsarchive&sid=adtIm6egWjMY> [dostęp: 20.10.2019].

na dystansowaniu się w działalności od walorów etycznych. Należy wyraźnie podkreślić, że wszystko odbywa się zgodnie z prawem (zob. wspomniany produkt CDO ABACUS2007-AC).

Czy wchodzimy w okres zmiany paradygmatu? Jeśli tak, to która z metod zakończenia kryzysu będzie najbardziej odpowiednia dla finansów (ryнку finansowego), a może są to anomalie dające się rozwiązać w ramach obowiązującego paradygmatu i zgodnie z teorią Kuhna odnotujemy postęp w nauce o finansach?

3. Makroekonomiczny punkt widzenia

Świat szczeni się tym, że rozwinął gospodarkę rynkową, a rynek uważany jest za superregulatora, zarówno jeśli chodzi o działania w sferze realnej, jak i sferze spekulacji finansowej. Przy wielkich zaletach tej gospodarki chyba jednak nie doceniono zagrożeń wynikających z działań związanych z poszukiwaniem nowych lub modyfikacją obowiązujących paradygmatów w dynamicznie zmieniającym się otoczeniu, zwłaszcza jeśli chodzi o paradygmat finansów.

Gospodarka rynkowa oparta na własności prywatnej pozostawiona sama sobie charakteryzuje się tym, że obok sił działających na rzecz upowszechniania wiedzy i podnoszenia kwalifikacji pojawiają się poważne siły działające na rzecz *rozwarstwienia*, co stwarza poważne potencjalne zagrożenia dla demokratycznych społeczeństw oraz sprawiedliwości społecznej (Piketty, 2015). Analizując te zagrożenia od strony paradygmatu finansów, a konkretnie kapitału i jego pochodnych, tj. strumieni finansowych, dochodzimy do wniosku, iż przyczyna, a zarazem główna siła sprawcza wspomnianych zagrożeń wiąże się z podstawową sprzecznością kapitalizmu, tzn. relacją, jaką obserwujemy między stopą zwrotu z kapitału r a stopą wzrostu dochodu i produkcji g . Okazuje się bowiem, że cechą charakterystyczną w gospodarce rynkowej jest dominacja stopy zwrotu z kapitału nad stopą wzrostu dochodu i produkcji, tzn. obserwujemy utrwaloną relację: $r > g$.

Jakie mogą być tego konsekwencje? Przede wszystkim fakt ten oznacza, że majątek zgromadzony w przeszłości rekapitalizuje się szybciej niż wynosi tempo wzrostu produkcji i płac. Przy dużej rozbieżności między wspomnianymi: stopą zwrotu z kapitału r oraz stopą wzrostu g , przedsiębiorcy w krótkim czasie mają skłonność do przekształcania się w rentierów i dominowania nad tymi, którzy posiadają tylko własną pracę. Utrzymująca się przez lata relacja między stopą zwrotu z kapitału i stopą wzrostu dochodu i produkcji ($r > g$) sprawia, że przeszłość pochłania przyszłość. (Raz zgromadzony kapitał sam się reprodukuje, rosnąc szybciej niż produkcja.) Jak wykazują eksperci oraz doświadczenia niektórych krajów, można temu przeciwdziałać przez opodatkowanie zwrotu z kapitału, tzw. podatek od kapitału, przy czym w globalnej gospodarce rynkowej, przy swobodnym przepływie kapitału staje się to problemem trudnym do rozwiązania. Rozważane koncepcje takiego podatku wymagają bardzo wysokiego poziomu współpracy międzynarodowej oraz integracji polityki regionalnej. Zdecydowanie wykracza to poza zasięg państw narodowych, co niestety nie trafia do przekonania przywódców wielu krajów, a zwłaszcza krajów członkowskich UE odrzucających integrację ukierunkowaną na konstrukcję podatku od kapitału w Europie. Jak podkreślają fachowcy, zamknięcie się małych krajów europejskich, które w skali gospodarki globu staną się mikroskopijne w granicach narodowych, może prowadzić do ich frustracji. W konsekwencji nie doczekamy się rozwiązania problemu podatku od kapitału na poziomie europejskim czy światowym, a pozostaniemy z rozwiązaniami skutkującymi pogłębianiem rozwarstwienia. Potrzebne jest rozwiązanie na wysokim poziomie integracji polityki regionalnej, dzięki któremu skuteczne stanie się regulowanie zglobalizowanego kapitalizmu majątkowego XXI wieku nie przez informacje zawarte w magazynie „Forbes”⁵, tylko na podstawie rzetelnych danych gromadzonych przez międzynarodowe organizacje finansowe skupionych w odpowiednio nadzorowanych i strzeżonych bazach danych MFW czy Banku Światowego. Podatek od kapitału wydaje się być czymś nieuniknionym w dobie rosnących zadłużeń krajów

⁵ Ogłaszane listy najbogatszych ludzi świata.

charakteryzujących się tym, iż są to tzw. ubogie kraje bogaczy. Dlaczego ubogie kraje? Okazuje się bowiem, że zadłużenie większości tych krajów przekracza nawet 60% PKB, zaś 0,1% obywateli posiada 20% aktywów, a już 10% obywateli posiada nawet 80% do 90% aktywów. Jeśli chodzi o bogactwo społeczeństw, sytuacja w 2010 roku kształtowała się następująco: najwyższy promil obywateli – 20% aktywów; centyl około 50%; decyl natomiast 80–90%. Dolna połowa mniej niż 5% i obserwujemy trend wskazujący na pogłębianie się rozwarstwienia i nierówności. Jednocześnie obserwujemy niepokojące zjawisko zanikania podstawowych zasad etycznych, jakimi powinien kierować się każdy podmiot świadczący usługi na rynku finansowym, w gestii którego leży zarządzanie środkami finansowymi powierzonymi przez klienta. Mamy więc do czynienia z groźną anomalią w aspekcie paradygmatu finansów, anomalią rzutującą na funkcjonowanie finansów w szerokim rozumieniu, rynku finansowego – każdego sektora rynku finansowego (bankowości, ubezpieczeń, rynku kapitałowego), a tym samym wpływającą na działanie instytucji finansowych. Czy damy radę rozwiązać ten problem w ramach obowiązującego paradygmatu? Czy świat nauki przejawia chęć rozwiązania tego problemu czy uległ wspomnianym przez Piketty’ego potężnym siłom działającym na rzecz rozwarstwienia społeczeństw, zagrażającym demokratycznym społeczeństwom oraz sprawiedliwości społecznej, a tym samym wkroczymy w okres rewolucji naukowej oraz zmiany paradygmatów (Piketty, 2015)?

Bibliografia

- Chen D., Doumeingts G., Vernadat F. (2008). *Architectures for Enterprise Integration and Interoperability: Past, Present and Future*, „Computers in Industry”, vol. 59, s. 647–659.
- Kuhn T. (1985). *Dwa bieguny*, Warszawa: PIW.
- Kuhn T. (1962). *The Structure of Scientific Revolution*, Chicago: The University of Chicago.
- Michalski T., Śliwiński A. (2015). *Paradygmat finansów i nowe ryzyka jako nośniki ryzyka systemowego*, „Problemy Zarządzania”, vol. 13, nr 3(55), t. 2, s. 9–18.

- Orenstein M.A. (2008). *Privatizing Pensions: the Trans National Campaign for Social Security Reform*, Princeton: Princeton University Press.
- Piketty Th. (2015). *Kapitał w XXI wieku*, Warszawa: Wydawnictwo Krytyki Politycznej.
- Taft J.G. (2012). *Stewardship. Lessons Learned from the Lost Culture of Wall Street*, New York: John Wiley & Sons, Hoboken.
- Wittgenstein L. (1953). *Dociekania filozoficzne*, Warszawa: PWN.

Rozdział 4

PORÓWNANIE EFEKTU LOSOWEGO CZASU ORAZ AGENTA W ANALIZIE CZĘSTOŚCI SZKÓD AUTOCASCO

W niniejszym rozdziale porównano oszacowania parametrów uogólnionych liniowych modeli mieszanych z dwoma efektami losowymi: najczęściej spotykanym w literaturze efektem losowym czasu oraz efektem losowym agenta. Stworzono sześć modeli częstości szkód AC: GLM (*generalized linear model*) z rozkładem Poissona, GLM *zero-inflated* Poissona, GLMM (*generalized linear mixed model*) z rozkładem Poissona oraz ujemny dwumianowy (NB, *negative binomial*), zarówno z efektem losowym czasu, jak i agenta. Posługując się kryteriami informacyjnymi, wykazano, że model ZINB (*zero-inflated* NB) GLMM z efektem losowym agenta może lepiej odwzorowywać kształtowanie się częstości szkód niż inne analizowane i częściej wykorzystywane modele.

1. Wstęp

Modele GLM, szczególnie regresja Poissona, są powszechnie stosowanym narzędziem w naukach aktuarialnych do analizowania częstości szkód (por. Antonio, Valdez, 2012; Garrido, Zhou, 2009). Predykcje dotyczące prawdopodobieństwa szkody, które bazują na historii oraz cechach jednostki, ekstrapolowane są na moment rozpoczęcia ochrony ubezpieczeniowej i służą do wyliczenia czystej składki za ryzyko. Przykłady wykorzystania regresji Poissona oraz uogólnień tego modelu znaleźć można m.in. w pracach Dionne i Vanesse (1988), Piquety (2001) oraz Lluís (2009).

Dionne i Vanesse (1988) zauważają, że używanie modelu Poissona do analizy częstości szkód jest niewłaściwe dla danych ubezpieczeniowych ze względu na zjawisko nadmiernego rozproszenia (*overdispersion*), mające miejsce, gdy wartość wariancji jest istotnie większa od średniej. Wniosek ten oparto na podstawie badania statystycznej istotności parametru rozproszenia oraz testu χ^2 . Także Boucher, Denuit i Guillén (2007) wykazali na przykładzie rynku hiszpańskiego, porównując m.in. regresję Poissona z rozkładem ujemnym dwumianowym, iż regresja z rozkładem ujemnym dwumianowym lepiej odzwierciedla badane zjawisko częstości szkód (rezultat testu χ^2). Podobne wnioski wyciągają w swojej pracy Antonio i Valdez (2012) na podstawie kryterium informacyjnego AIC.

Yip i Yau (2005) zwracają uwagę, że cechą dodatkowo potęgującą zjawisko nadmiernego rozproszenia w danych ubezpieczeniowych jest nadmierna liczba zer w zmiennej zależnej, mówiącej o liczbie szkód. Wskazują oni, że nawet rozkład ujemny dwumianowy może okazać się niewystarczający, aby odpowiednio odzwierciedlić rozkład liczby szkód. Z tego powodu wprowadzają oni do literatury pojęcie modelu *zero-inflated*. Przykładami tego typu modeli są *zero-inflated Poisson* (ZIP) oraz *zero-inflated negative binomial* (ZINB), które definiuje się zgodnie z następującym wzorem:

$$\begin{cases} P(Y=0) = \Phi + (1-\Phi) * P(K=0) \\ P(Y=y) = (1-\Phi) * P(K=y), \quad y = 1, 2, 3, \dots \end{cases} \quad (1)$$

Dyskretna i nieujemna zmienna losowa Y obrazuje np. liczbę szkód, parametr Φ ($0 < \Phi < 1$) reprezentuje udział zer, a $P(K=y)$ oznacza standardowy rozkład skokowy (np. Poissona lub ujemny dwumianowy).

Funkcję prawdopodobieństwa, wartość oczekiwaną, wariancję oraz parametry kształtu przedstawiono w tabeli 1 (Yip, Yau, 2005). Dla $\Phi = 0$ model ZIP redukowany jest do modelu Poissona, natomiast dla $\delta = 0$ model ZINB redukowany jest do modelu ZIP (Yip, Yau, 2005).

Tabela 1. Model ZIP i ZINB

Model	$P(K=y)$	$E(Y)$	$Var(Y)$	Parametr kształtu
ZIP	$\frac{e^{-\lambda} \lambda^y}{y!}$	$(1-\Phi)\lambda$	$E(Y)(1+\lambda-E(Y))$	<i>Brak</i>
ZINB	$\left(\binom{r+k-1}{r} t^k (1-t)^r \right)$	$(1-\Phi)\lambda$	$E(Y)(1+\lambda(1+\delta)-E(Y))$	$\delta = \frac{1}{K}$

Źródło: Yip, Yau, 2005.

Antonio i Valdez (2012) podkreślają, że w wielu krajach zgłoszenie szkody w jednym roku może powodować wzrost składki ubezpieczeniowej w latach kolejnych, co przekłada się na tendencję do niezgłaszania małych zdarzeń szkodowych. To z kolei zwiększa prawdopodobieństwo zerowych realizacji zmiennej losowej. Rozkłady *zero-inflated* stanowią odpowiednią metodę, aby uniknąć tego typu problemów w modelowaniu. W swojej pracy porównują oni także wyniki uzyskane w modelu ZIP GLM z modelem NB GLM. Wykorzystując statystykę AIC, wskazują na nieznacznie lepsze dopasowanie drugiego modelu do analizowanych danych. Model ZINB nie stanowił przedmiotu rozważań autorów.

Alternatywą wobec powyższego rozwiązania są zaproponowane przez Mullahy'ego (1986) *hurdle models*. W modelach tych przyjmuje się, że obserwacje, dla których zachodzi $y = 0$, stanowią znacząco różny zbiór w porównaniu z pozostałymi jednostkami obserwacji (Fiszeder, Polasik, 2009). Model składa się z dwóch niezależnych części: modelu z binarną zmienną zależną, w którym jedno z równań obrazuje prawdopodobieństwo braku szkód, a drugie równanie

jest modelem prognozującym dodatnie realizacje zmiennej zależnej. Formalny zapis modelu obrazuje poniższy wzór (Mullahy, 1986):

$$\begin{cases} P(y_i = 0) = f_1(0) \\ P(y_i = j) = f_2(j) \frac{1 - f_1(0)}{1 - f_2(0)}, j = 1, 2, 3, \dots \end{cases} \quad (2)$$

Frees, Yound, Luo (1999) zwracają uwagę na panelowy charakter danych ubezpieczeniowych oraz wskazują liniowe modele mieszane (*linear mixed models*) jako odpowiednie do modelowania tego typu danych. Podkreślają, że liniowy model mieszany jest szczególnym przykładem uogólnionego liniowego modelu mieszanego (GLMM, *generalized linear mixed model*), w którym przyjęto, że badana cecha ma rozkład normalny. Jednocześnie podkreślają, że szczególnie w przypadku małych prób przyjęcie w zamian za rozkład normalny np. rozkładu Poissona do badania częstości szkód może istotnie polepszyć wyniki dopasowania modelu. Przykład zastosowania tego typu modelu przedstawiono w pracy Yau, Yip, Yuen (2003). Za pomocą błędu średniokwadratowego (MSE, *mean square error*), średniej z błędów oszacowań parametrów oraz statystyki χ^2 autorzy wykazali, że uogólnione liniowe modele mieszane są w stanie zapewnić bardziej adekwatne oszacowania parametrów modelu, podczas gdy ocena parametrów modelu GLM prowadzić może do niepoprawnych wniosków w analizie częstości szkód.

Antonio i Beirlant (2007) na przykładzie modelu częstości oraz wysokości szkód w ubezpieczeniach pracowniczych zwracają uwagę, że użycie modeli GLM jest nieodpowiednie do analizy tej samej obserwacji w kolejnych latach ze względu na niespełnienie założenia o niezależności rozkładów zmiennych. Z tego powodu, jako efekt losowy przy wykorzystaniu modeli mieszanych w ubezpieczeniach, najczęściej przyjmuje się wymiar czasu (Yau i in., 2003; Antonio, Beirlant, 2007). Innymi efektami losowymi spotykanymi w literaturze są: wymiar geograficzny (Wolny, Dominiak, 2014), wymiar agenta ubezpieczeniowego (Paska, 2018) lub wymiar klienta, zwłaszcza w przypadku ubezpieczeń flotowych, gdzie jeden klient (firma) posiada ubezpieczonych

jednocześnie wiele pojazdów (Antonio, Valdez, 2012). Spotykane są także modele wielowymiarowe, jak zaproponowany przez Antonio, Freesa, Valdeza (2010) model, gdzie na najniższym poziomie obserwowano pojazdy, a grupującymi efektami losowymi były kolejno czas, klient oraz firma ubezpieczeniowa.

Celem rozdziału było porównanie modelu GLMM z efektem losowym agenta z najczęściej spotykanym w literaturze efektem losowym czasu w analizie częstości szkód AC. Skonstruowano więc modele GLMM z rozkładem Poissona oraz ujemnym dwumianowym, a także będące lub nie modelami *zero-inflated*. W celach porównawczych stworzono również klasyczny model GLM z rozkładem Poissona oraz model ZIP GLM. Wybór determinant modelu częstości szkód AC oparto na analizie literatury przedstawionej w części trzeciej.

Rozdział składa się z sześciu części: po wstępie, stanowiącym przegląd najważniejszych zagadnień modelowania danych aktuarialnych, w części drugiej przedstawiono najważniejsze założenia uogólnionych liniowych modeli mieszanych. W część trzeciej opisano determinanty przyjmowane w literaturze aktuarialnej do przewidywania zdarzeń szkodowych, a w czwartej zbiór danych, wykorzystanych w badaniu. W części piątej prezentowane są wyniki badania, a w szóstej zawarto podsumowanie.

2. Uogólniony liniowy model mieszany oraz efekty losowe

Uogólnione liniowe modele mieszane stanowią rozszerzenie uogólnionych modeli liniowych o mające niezerowe wariancje efekty losowe, które zdefiniowane są w liniowym predyktorze, przy założeniu nieobserwowanej wprost heterogeniczności w obrębie niektórych współczynników regresji. GLMM stanowi kombinację liniową zmiennej zależnej ze zmiennymi objaśniającymi oraz efektami losowymi, które wpływają na zmienną zależną poprzez funkcję łącznikową. Formalny zapis modelu przedstawiono w następujący sposób:

$$g(\mu_{ij}) = x'_{ij}\beta + z'_{ij}b_i, \quad (3)$$

gdzie: g jest funkcją łącznikową, β to wektor parametrów efektów stałych, a b_i to wektor efektów losowych (Antonio, Beirlant, 2007).

Specyfikację modelu GLMM uzupełnia założenie, że efekty losowe b_i są względem siebie niezależne oraz mają funkcję gęstości $f(b_i | \alpha)$, gdzie α odpowiada za nieznanne parametry gęstości. Tradycyjnie przyjmuje się, że efekty losowe mają rozkład normalny z wartością oczekiwaną równą 0 oraz macierzą kowariancji G : $b_i \sim N(0, G)$. Korelacje pomiędzy obserwacjami wewnątrz tego samego wymiaru wynikają ze współdzielenia tego samego efektu losowego b_i (Antonio, Beirlant, 2007). Nelder i Verrall (1997) wprowadzają do literatury aktuarialnej hierarchiczny uogólniony model liniowy (HGLM, *hierarchical generalized linear model*), będący uogólnionym liniowym modelem mieszanym bez restrykcji dotyczącej normalności rozkładu efektów losowych (*random effects*).

Więcej informacji w kwestii zastosowania modeli GLMM oraz HGLM w naukach aktuarialnych znaleźć można w pracach m.in. Breslow i Clayton (1993), Nelder i Verrall (1997), Antonio i Beirlant (2007), Garrido i Zhou (2009), Antonio i Valdez (2012) czy też Wolny i Dominiak (2014).

3. Optymalna segmentacja klienta

Firmy ubezpieczeniowe, w świetle heterogeniczności posiadanego portfela ryzyk, nie powinny stosować tych samych stawek ubezpieczenia dla wszystkich ubezpieczonych w portfelu. W przeciwnym razie zakład ubezpieczeń narażony będzie na selekcję negatywną (*adverse selection*), co mogłoby w długim okresie narazić wypłacalność zakładu i doprowadzić do upadku rynku ubezpieczeniowego. Także z perspektywy pojedynczego zakładu ubezpieczeń brak odpowiedniej taryfikacji składki może prowadzić do dysproporcji posiadanych „złych” ryzyk w portfelu, co w dłuższym okresie wymusi podwyższenie średniej składki w zakładzie celem utrzymania wypłacalności firmy (Antonio, Valdez, 2012).

Z tego powodu kluczowym dla ubezpieczyciela jest optymalna segmentacja klientów na możliwie najbardziej homogeniczne grupy ryzyka. Celem jest,

aby wszyscy uczestnicy ubezpieczenia należący do tej samej grupy płacili taką stawkę za ubezpieczenie, która odzwierciedlać będzie ich indywidualne ryzyko (Bermudez, 2009). Zmienne używane w modelach częstości szkód do wyodrębnienia homogenicznych grup ryzyka to m.in. wiek i płeć ubezpieczonego, rodzaj prawa jazdy, typ pojazdu (Dionne, Vanesse, 1992), miejsce zamieszkania właściciela pojazdu, moc i klasa pojazdu (Bermudez, 2009), pojemność silnika, własność pojazdu (firmowy czy prywatny), lata doświadczenia w kierowaniu pojazdami (Antonio, Valdez, 2012), a także wiek pojazdu oraz liczba szkód w latach ubiegłych (Heras, Moreno, Vilar-Zanón, 2018).

Pinquet (2002) wskazuje, że dane panelowe mówiące o wcześniejszych szkodach oraz doświadczeniu w prowadzeniu pojazdu mają wpływ na percepcję zagrożenia, co z kolei wpływa na prawdopodobieństwo wyrządzenia szkód w przyszłości. Bermudez (2009) także wskazuje, że w taryfikacji ubezpieczeń brak jest możliwości zaobserwowania pewnych istotnych z punktu widzenia oceny ryzyka cech właściciela pojazdu (jak np. refleks, agresywność, znajomość przepisów ruchu drogowego). Grupy, które wyodrębnia się w taryfikacji, mają zatem charakter heterogeniczny. Wskazuje on, że rozwiązaniem owego problemu może być uwzględnienie przebiegu polisowo-szkodowego, np. w postaci zniżki bonus-malus.

W części piątej niniejszego rozdziału jako determinanty częstości szkód AC przyjęto zmienne mówiące o: wieku ubezpieczonego, pojemności skokowej silnika, miejscu zamieszkania właściciela pojazdu, własności pojazdu (firmowy czy prywatny), wieku pojazdu, latach doświadczenia w kierowaniu pojazdami przez ubezpieczonego oraz liczbie jego szkód w latach wcześniejszych. Ze względu na uwarunkowania prawne w Polsce, przedmiotem analizy nie była zmienna dotycząca płci ubezpieczonego (Ustawa o działalności ubezpieczeniowej, 2003). Rozkłady wybranych zmiennych opisano w części czwartej tegoż rozdziału.

Zgodnie z metodą przyjętą przez Yip i Yau (2005), w celach porównawczych modeli statystycznych używane będą te same zmienne objaśniające.

4. Zbiór danych

Zbiór danych wykorzystanych w badaniu składa się z 99 702 wierszy, gdzie każdy z nich reprezentuje roczną polisę komunikacyjną, zawartą w okresie od 1 czerwca 2014 do 31 maja 2016. Polisy te zakupiono u 505 dealerów samochodowych.

W tabeli 2 przedstawiono liczbę obserwacji oraz udział w próbie liczby szkód AC, będących przedmiotem analizy. Rozkład ten jest skokowy oraz ma dużą liczbę obserwacji bezszkodowych, co stanowi przesłankę do wykorzystywania rozkładu ujemnego-dwumianowego oraz modeli *zero-inflated*.

Tabela 2. Rozkład zmiennej zależnej – liczby szkód AC

Liczba szkód AC	0	1	2	3	4	5
Obserwacji	88 689	9 744	1 062	174	28	5
Udział obserwacji	88,95%	9,77%	1,07%	0,17%	0,03%	0,01%

Źródło: opracowanie własne.

W tabeli 3 zaprezentowano zmienne wykorzystywane w modelach GLM oraz GLMM w charakterze efektów stałych wraz z opisem oraz statystykami opisowymi. Zmienne te zaproponowano po dokonaniu analizy literatury (por. część trzecią).

Tabela 3. Efekty stałe użyte w modelach GLM i GLMM

Zmienna	Opis	1Q	me	$\bar{x}$	3Q
IS_COMPANY	1 jeżeli samochód jest własnością firmy, 0 w p. p.	0	0	0,171	0
CLIENT_AGE	Wiek właściciela pojazdu	34,8	45,5	42,2	58,3
HIST_AC_POL_YEARS	Liczba lat polisowych w ostatnich 4 latach w ryzyku AC	2	4	3,002	4
HIST_AC_NO_CLAIM_4Y	Liczba szkód w ciągu 4 lat w ryzyku AC	0	0	0,614	1
CAR_AGE	Rok eksploatacji pojazdu	2	4	4,637	7

Zmienna	Opis	1Q	me	$\bar{x}$	3Q
CAPACITY_th	Pojemność skokowa silnika w tys. cm ³	1,368	1,596	1,715	1,997
DIST_MIN	Dystans (w km) między adresem zameldowania właściciela pojazdu a najbliższym miastem wojewódzkim	0	20,95	36,52	61,23
D_BIG_CITY	1 jeżeli właściciel pojazdu mieszka w mieście wojewódzkim, 0 w p.p.	0	0	0,356	1

Źródło: opracowanie własne.

Do budowy modeli wykorzystano oprogramowanie R, a szczególnie bibliotekę glmmTMB – więcej informacji dotyczącej zalet owej biblioteki można znaleźć w artykule Brooks i in. (2017).

5. Analiza

W tej części rozdziału przedstawiono i porównano wyniki oszacowania parametrów sześciu modeli wyjaśniających kształtowanie się częstości szkód:

- GLM z rozkładem Poissona (dalej: P GLM);
- zero-inflated* GLM z rozkładem Poissona (dalej: ZIP GLM);
- zero-inflated* GLMM z rozkładem Poissona i efektem losowym agenta (dalej: ZIP GLMM agent);
- zero-inflated* GLMM z rozkładem Poissona i efektem losowym czasu (dalej: ZIP GLMM czas);
- zero-inflated* GLMM z rozkładem ujemnym dwumianowym (NB) i efektem losowym agenta (dalej: ZINB GLMM agent);
- zero-inflated* GLMM z rozkładem ujemnym dwumianowym (NB) i efektem losowym czasu (dalej: ZINB GLMM czas).

W tabeli 4 przedstawiono oszacowania efektów stałych modelu GLM (kolumna 2) oraz efekty stałe z pierwszego równania (prawdopodobieństwo wystąpienia szkody) dla modeli *zero-inflated* (kolumny 3–7). Wartości w danej komórce oznaczają kolejno: oszacowaną wartość parametru, błąd standardowy oraz wartość p .

Tabela 4. Oszacowania efektów stałych I

Parametr	P GLM	ZIP GLM	ZIP GLMM agent	ZIP GLMM czas	ZINB GLMM agent	ZINB GLMM czas
(Intercept)	-1,92204 0,06819 <2e-16	-0,88170 0,06769 <2e-16	-0,89919 0,06938 <2e-16	-1,25462 0,08570 <2e-16	-1,34867 0,07208 <2e-16	-1,35571 0,07037 <2e-16
DIST_MIN	0,00124 0,00032 0,00011	0,00120 0,00034 0,00043	0,00098 0,00038 0,10953	0,00116 0,00034 0,00065	0,00099 0,00039 0,010540	0,00117 0,00034 0,00066
D_BIG_CITY	0,12580 0,03015 3,0e-05	0,12476 0,03182 8,8e-05	0,12139 0,03370 0,00032	0,11838 0,03170 0,00019	0,12018 0,03396 0,00040	0,11926 0,03205 0,00020
IS_COMPANY	-0,16995 0,05573 0,002291	-0,16723 0,05882 0,004471	-0,17348 0,05908 0,003321	-0,15142 0,05868 0,009869	-0,15847 0,05973 0,007972	-0,14757 0,05933 0,012875
CAR_AGE	-0,05289 0,00390 <2e-16	-0,05147 0,00409 <2e-16	-0,05024 0,00420 <2e-16	-0,04980 0,00409 <2e-16	-0,04929 0,00425 <2e-16	-0,04992 0,00414 <2e-16
HIST_ AC_NO_ CLAIM_4Y	0,00515 0,00143 0,00030	0,00580 0,00180 0,001265	0,00595 0,00185 0,001331	0,00521 0,00168 0,001896	0,00600 0,00181 0,00094	0,00572 0,00177 0,001258
HIST_AC_ POL_YEARS	-0,05238 0,00721 3,7e-13	-0,05367 0,00767 2,6e-12	-0,05461 0,00783 3,1e-12	-0,05160 0,00759 1,0e-11	-0,05489 0,00791 3,9e-12	-0,05310 0,00773 6,2e-12
CLIENT_AGE	-0,00584 0,00103 1,7e-08	-0,00563 0,00109 2,4e-07	-0,00562 0,00109 2,8e-07	-0,00535 0,00109 8,7e-07	-0,00549 0,00110 6,5e-07	-0,00543 0,00110 7,5e-07
CAPACITY_th	0,22325 0,01879 <2e-16	-	-	-	-	-

Źródło: opracowanie własne.

Zmienna CAPACITY_th, oznaczająca pojemność silnika ubezpieczonego pojazdu, w tabeli 4 występuje jedynie w modelu GLM. Jest to spowodowane faktem, iż zmienna ta została wykorzystana w modelach *zero-inflated* w celu predykcji liczby szkód w przypadku jej wystąpienia (por. tabela 5).

Analizując wartości p z tabeli 4, przy poziomie istotności 0,05 należy odrzucić hipotezy zerowe, mówiące o braku statystycznej istotności zmiennych. Wszystkie zmienne, analizowane osobno, wymienione w tabeli 4, uznano zatem za

istotne statystycznie i wykorzystywano do analizowania częstości szkód AC. Warto zauważyć, że zmienne te w obrębie wszystkich modeli mają przybliżone wartości parametrów oraz błędów standardowych. W szczególności są jednoznacznie albo stymulantami, albo destymulantami. Fakt ten jest zgodny z założeniami, gdyż oczekuje się, że wybrane modele będą adekwatniej szacować ryzyko, co nie oznacza ich całkowicie innego wpływu na badane zjawisko.

W tabeli 5 przedstawiono oszacowania efektów stałych dla drugiego równania modeli *zero-inflated*, szacującego liczbę szkód w momencie ich zdarzenia (zmienna zależna to liczba szkód, o ile jest większa niż 0). Parametry te nie są częścią klasycznego modelu GLM (kolumna 2), jednakże kolumnę pozostawiono dla lepszej czytelności (struktura jak w tabeli 4). Wartości w danej komórce oznaczają kolejno: oszacowaną wartość parametru, błąd standardowy oraz wartość p .

Tabela 5. Oszacowania efektów stałych II

Parametr	P GLM	ZIP GLM	ZIP GLMM agent	ZIP GLMM czas	ZINB GLMM agent	ZINB GLMM czas
(Intercept)		0,90736	0,83740	1,08909	1,42833	1,49609
	-	0,10194	-0,54927	0,23210	0,33753	0,31925
		<2e-16	5,5e-15	2,7e-06	2,3e-05	2,8e-06
CAPACITY_th		-0,57061	0,10715	-1,21875	-1,81574	-1,82417
	-	0,06396	0,06623	0,24312	0,31159	0,29429
		<2e-16	<2e-16	5,4e-07	5,6e-09	5,7e-10

Źródło: opracowanie własne.

Przy każdym poziomie istotności dla wszystkich modeli mamy podstawy, by odrzucić hipotezę zerową mówiącą o braku statystycznej istotności parametrów: wyraz wolny (*Intercept*) oraz pojemność silnika (CAPACITY_th). Parametry te są istotne statystycznie i będą wykorzystywane do analizowania częstości szkód AC. W przeciwieństwie do wniosków z tabeli 4 wpływ zmiennej CAPACITY_th nie jest zbliżony pomiędzy modelami, a w przypadku modelu ZIP GLMM z efektem losowym agenta ma nawet inny kierunek wpływu na badane zjawisko względem pozostałych modeli.

W tabeli 6 przedstawiono oszacowanie parametru rozproszenia (o ile stosowano rozkład ujemny dwumianowy) oraz wartość wariancji efektów losowych (dla modeli GLMM). Dla zgodności z poprzednimi pozostawiono kolumny dla modelu GLM oraz ZIP GLM, pomimo że żaden z owych parametrów nie jest szacowany w tych modelach.

Tabela 6. Parametr rozproszenia oraz wariancja efektu losowego

Parametr	P GLM	ZIP GLM	ZIP GLMM agent	ZIP GLMM czas	ZINB GLMM agent	ZINB GLMM czas
parametr rozproszenia	-	-	-	-	1,48719	1,93990
wariancja efektu losowego	-	-	0,01960	0,32300	0,01872	0,10980

Źródło: opracowanie własne.

Parametr rozproszenia dla modeli ZINB GLMM jest istotnie różny od wartości 1, co może wskazywać na słuszność wykorzystania rozkładu ujemnego dwumianowego w analizie częstości szkód AC.

W celu porównania modeli, wyliczono i przedstawiono w tabeli 7 wartości kryteriów informacyjnych AIC oraz BIC.

Tabela 7. Porównanie modeli na podstawie kryteriów informacyjnych

Lp.	nazwa modelu	AIC	BIC
1.	P GLM	54529,780	54612,159
2.	ZIP GLM	54122,953	54214,486
3.	ZIP GLMM agent	54153,063	54253,749
4.	ZIP GLMM czas	54154,172	54254,858
5.	ZINB GLMM agent	54087,021	54196,860
6.	ZINB GLMM czas	54120,501	54230,340

Źródło: opracowanie własne.

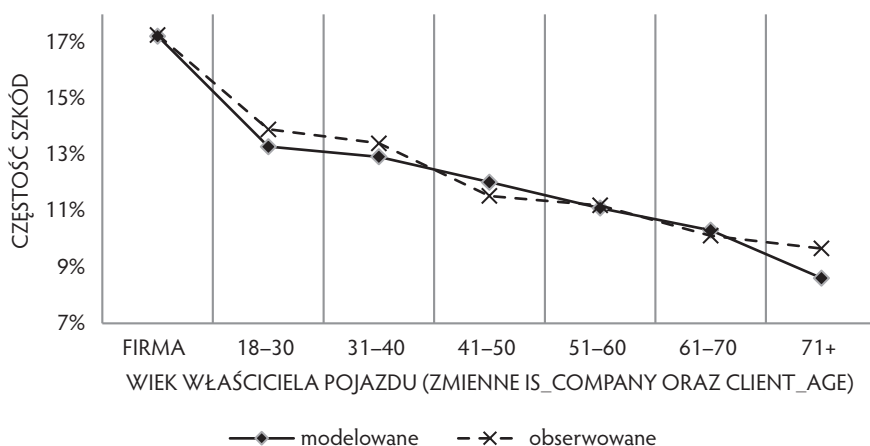
Najniższe wartości obu kryteriów osiągnięto dla modelu ZINB GLMM z efektem losowym agenta (lp. 5). Oznacza to, że model ten jest lepiej dopasowany do danych niż m.in. szeroko opisany w literaturze i stosowany model

ZIP GLMM z efektem losowym czasu. Używając modelu ZINB GLMM z efektem losowym agenta, jesteśmy w stanie przedstawić bardziej adekwatną względem ryzyka składkę czystą AC.

W dalszej części pracy, posługując się modelem ZINB GLMM z efektem losowym agenta, porównano oszacowania wpływu niektórych efektów stałych na poziom częstości szkód z wartościami empirycznymi. Celem jest weryfikacja poprawności oszacowanych parametrów.

Na rysunku 1 porównano częstość szkód AC (wartości obserwowane) z predykcją częstości szkód z modelu ZINB GLMM z efektem losowym agenta dla wymiaru wieku właściciela lub bycia osobą prawną.

Rysunek 1. Wpływ wieku właściciela pojazdu na częstość szkód AC



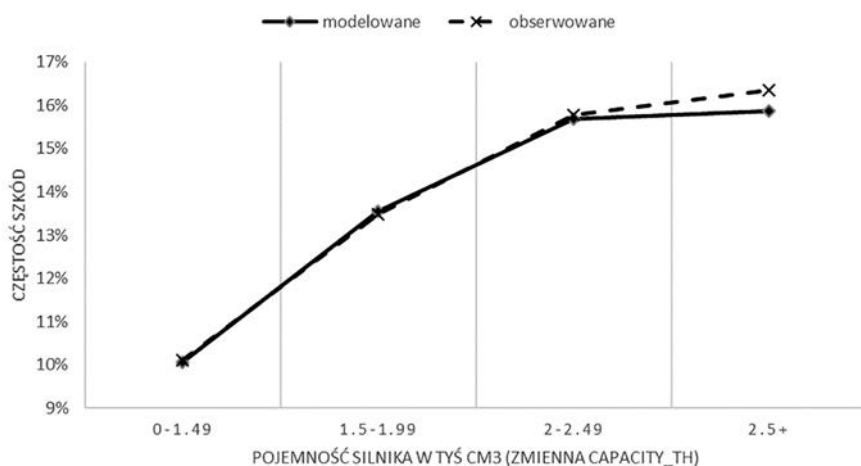
Źródło: opracowanie własne.

W analizie jednoczynnikowej widać, że firmy mają statystycznie większą częstość szkód niż osoby fizyczne. Wraz ze wzrostem wieku spada natomiast częstość szkód AC – z 13,9% dla osób w wieku 18–30 lat do 9,7% dla osób w wieku 71 lub więcej. Krzywe przebiegają blisko siebie, co wskazuje, że model jest poprawnie oszacowany.

Podobne wnioski dotyczące poprawności dopasowania modelu wyciągnąć można z analizy rysunku 2, gdzie przedstawiono porównanie obserwowanej

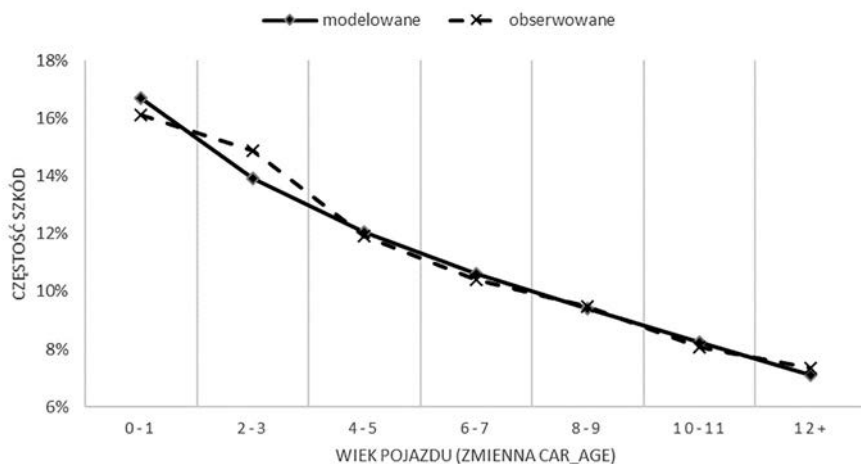
częstości szkód AC z predykcją częstości szkód z modelu ZINB GLMM z efektem losowym agenta dla wymiaru pojemności silnika ubezpieczonego pojazdu.

Rysunek 2. Wpływ pojemności silnika na częstość szkód AC



Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 3. Wpływ wieku pojazdu na częstość szkód AC



Źródło: opracowanie własne.

Wraz ze wzrostem pojemności silnika wzrasta częstość szkód AC – z poziomu 10,1% (pojemność silnika do 1500 cm³) do 16,4% (pojemność silnika powyżej 2500 cm³).

Na rysunku 3 pokazano porównanie obserwowanej częstości szkód AC z predykcją częstości szkód z modelu ZINB GLMM z efektem losowym agenta dla wieku pojazdu.

Wraz ze wzrostem wieku spada prawdopodobieństwo szkody AC nawet o ponad połowę (16,5% dla wieku 0–1 vs. 7,5% dla wieku „12+”).

Wnioski wyciągnięte z analizy pozostałych zmiennych użytych w modelu ZINB GLMM z efektem losowym agenta są podobne. W szczególności krzywa obserwowanej i modelowanej częstości szkód przebiega blisko siebie, co wskazuje, że model jest poprawnie oszacowany.

6. Podsumowanie

W artykule przedstawiono tematykę aktuarialnej analizy częstości szkód Autocasco na podstawie uogólnionych liniowych modeli mieszanych. Odwołując się do literatury, zaprezentowano przegląd problemów występujących w taryfikacji ubezpieczeń komunikacyjnych, takich jak nadmierne rozproszenie, nadmierna liczba zer w odniesieniu do zmiennej zależnej oraz niespełnienie założenia o niezależności rozkładów zmiennych, wynikającej z panelowego charakteru danych ubezpieczeniowych. Wskazano sposoby rozwiązania owych problemów, a także zaprezentowano determinanty częstości szkód. Zbudowano również sześć modeli celem wskazania modelu najlepiej wyjaśniającego kształtowanie się częstości szkód AC: GLM oraz *zero-inflated* GLM z rozkładem Poissona, a także GLMM z rozkładem Poissona i ujemnym dwumianowym. Jako efekty losowe dla GLMM przyjęto czas oraz pośrednika ubezpieczeniowego. Posługując się kryteriami informacyjnymi, wykazano, że model ZINB GLMM z efektem losowym agenta może lepiej odwzorowywać częstość szkód niż inne analizowane i częściej wykorzystywane modele. Pokazano, że wynika to z lepszego, chociaż niecałkowicie odmiennego oszacowania efektów stałych.

Dzięki temu wnioski wyciągnięte z interpretacji ocen parametrów należy uznać za dokładniejsze, co finalnie przedkłada się na adekwatniejsze względem ryzyka oszacowanie składki czystej.

Jako kierunek rozwoju badanego zjawiska należy wskazać zastosowanie modeli GLMM z efektem losowym agenta także do predykcji innych typów ryzyka ubezpieczeniowego (jak np. szkód OC posiadaczy pojazdów mechanicznych) oraz modele wielopoziomowe GLMM, które łączyłyby efekt agenta z efektem czasu.

Bibliografia

- Antonio K., Beirlant J. (2007). *Actuarial Statistics with Generalized Linear Mixed Models*, „Insurance: Mathematics and Economics”, vol. 40, s. 58–76.
- Antonio K., Valdez E.A. (2012). *Statistical Concepts of a priori and a Posteriori Risk Classification in Insurance*, „ASTA Advances in Statistical Analysis”, vol. 96, s. 187–224.
- Antonio K., Frees E.W., Valdez E.A. (2010). *A Multilevel Analysis of Intercompany Claim Counts*, „ASTIN Bulletin”, vol. 40/1, s. 151–177.
- Bermudez L. (2009). *A priori Ratemaking Using Bivariate Poisson Regression Models*, „Insurance: Mathematics and Economics”, vol. 44, s. 135–141.
- Boucher J., Denuit M., Guillén M. (2007). *Risk Classification for Claim Counts*, „North American Actuarial Journal”, vol. 11, s. 110–131.
- Breslow N.E., Clayton D.G. (1993). *Approximate Inference in Generalized Linear Mixed Models*, „Journal of the American Statistical Association”, vol. 88/421, s. 9–25.
- Brooks M.E., Kristensen K., Benthem van K.J., Magnusson A., Berg C.W., Nielsen A., Skaug H.J., Machler M., Bolker B.M. (2017). *glmmTMB Balances Speed and Flexibility Among Packages for Zero-Inflated Generalized Linear Mixed Modeling*, „The R journal”, vol. 9/2, s. 378–400.
- Dionne G., Vanesse C. (1992). *Automobile Insurance Ratemaking in the Presence of Asymmetrical Information*, „Journal of Applied Econometrics”, vol. 7, s. 149–165.
- Dionne G., Vanesse C. (1988). *A Generalization of Automobile Insurance Rating Models: the Negative Binomial Distribution with a Regression Vcomponent*, „ASTIN Bulletin”, vol. 19(2), s. 199–212.

- Frees E.W., Young V.R., Luo Y. (1999). *A Longitudinal Data Analysis Interpretation of Credibility Models*, „Insurance: Mathematics and Economics”, vol. 24, s. 229–247.
- Fiszeder P., Polasik M. (2009). *Modelowanie liczby transakcji dokonywanych przy użyciu gotówki i kart płatniczych na rynku polskim*, „Acta Universitatis Nicolai Copernici Ekonomia XXXIX”, vol. 389, s. 93–104.
- Garrido J., Zhou J. (2009). *Full Credibility with Generalized Linear and Mixed Models*, „ASTIN Bulletin”, vol. 39/1, s. 61–80.
- Heras A., Moreno I., Vilar-Zanón J.L. (2018). *An Application of Two-Stage Quantile Regression to Insurance Ratemaking*, „Scandinavian Actuarial Journal”, vol. 2018–9, s. 753–769.
- Lluís B.M. (2009). *A priori Ratemaking Using Bivariate Poisson Regression Models*, „Insurance: Mathematics and Economics”, vol. 44, s. 135–141.
- Mullahy J. (1986). *Specification and Testing in Some Modified Count Data Models*, „Journal of Econometrics”, vol. 33, s. 341–365.
- Nelder J.A., Verrall R.J. (1997). *Credibility Theory and Generalized Linear Models*, „ASTIN Bulletin”, vol. 27/1, s. 71–82.
- Paska N. (2018). *Zastosowanie modeli ZINB GLMM z efektem losowym agenta w taryfikacji ubezpieczeń majątkowych*, „Roczniki Kolegium Analiz Ekonomicznych SGH”, vol. 53, s. 63–76.
- Piquet J. (2001). *Experience Rating Through Heterogeneous Models*, „Handbook of Insurance Kluwer Academic Publishers”.
- Ustawa o działalności ubezpieczeniowej z dnia 22 maja 2003 roku (Dz.U. 2003 nr 124 poz. 1151).
- Wolny-Dominiak A. (2014). *Taryfikacja w ubezpieczeniach majątkowych z wykorzystaniem modeli mieszanych*, Katowice: Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach.
- Yau K.K.W., Yip K.C.H., Yuen H.K. (2003). *Modelling Repeated Insurance Claim Frequency Data Using the Generalized Linear Mixed Model*, „Journal of Applied Statistics”, vol. 30, s. 857–865.
- Yip K.C.H., Yau K.K.W. (2005). *On Modeling Claim Frequency Data in General Insurance with Extra Zeros*, „Insurance Mathematics and Economics”, s. 153–163.

Rozdział 5

ON ESTIMATION OF THE ADJUSTMENT COEFFICIENT

In this chapter we address problems of actuarial mathematics concerning the adjustment coefficient, which is an essential parameter for bounds, estimates and approximations of ruin probability. It depends on an unknown loss distribution and is obtained as a solution of an equation. The problem consists in its statistical estimation. In this review a few methods of estimation are presented.

1. Introduction

The adjustment coefficient is a constant parameter of risk models in actuarial mathematics, which is very important for ruin theory. We compute it as a solution of an equation, involving the moment generating function of a loss distribution. It is introduced in some ways, usually rather formal than intuitive. Estimation methods were initialized in 1970's. We describe the following kinds of estimators: based on the empirical moment generating function established

by Grandell (1979) and later in a slightly different form by Csörgö and Teugels (1990) and also by Pitts, Grübel and Embrechts (1996); further, based on the Robbins-Monro procedure by Herkenrath (1986). Moreover, a method based on intermediate order statistics was derived by Csörgö and Steinebach (1991). This family of methods was extended by Deheuvels and Steinebach (1990). To the best of our knowledge there is no estimation method for the adjustment coefficient within the framework of statistical decision theory.

2. The classical risk model, the ruin, the adjustment coefficient

To define the classical risk model, consider the following stochastic process of insurer's surplus. For $t \geq 0$ let $U(t)$ be the insurer's surplus at a moment t :

$$U(t) = u + P(t) - S_t, \quad t \geq 0, \quad (1)$$

where: $u = U(0) \geq 0$ is an initial capital amount, $P: R_+ \rightarrow R_+$ – a (deterministic) premium function, S_t – total loss (claims, payouts) in the time interval

$$[0, t], \quad S_t = \sum_{i=1}^{N_t} X_i, \quad \text{with } N_t \text{ – the number of claims in the time interval } [0, t]$$

and X_i – the size of the i -th claim, assumed to be nonnegative, $i = 1, 2, \dots$. If we assume the Poisson distribution of N_t , i. e. $N_t \sim \text{Pois}(\lambda t)$ (more exactly, we assume that (N_t) is the Poisson process with the rate parameter λ), X_i , $i = 1, 2, \dots$ are independent identically distributed random variables with a cumulative distribution function F , $P(t) = ct$, $t \geq 0$, where $c > 0$ is the (constant) premium income per a unit of time, then the model (1) is called the classical risk model. In such a case the waiting time T_i between the $(i-1)$ -th loss and the i -th one, $i = 1, 2, \dots$, is an exponentially distributed random variable: $T_i \sim \text{Ex}(\lambda)$, $E_\lambda T_i = \lambda^{-1}$.

By the ruin we mean that the process state $U(T)$ at a time T falls below 0 for the first time from $t = 0$; so the ruin moment is $T = \inf\{t \geq 0 : U(t) < 0\}$;

$T = +\infty$ means that the ruin does not happen and $\Psi(u) = P(T < +\infty)$ is a ruin probability; it is usually considered as a function of the initial capital u .

Now we define the adjustment coefficient.

Definition 1. Let M_X be the moment generating function corresponding to the cumulative distribution function F of a random variable X , $M_X(r) = Ee^{rx}$, $r \in \mathbf{R}$ (its existence is assumed). Let us consider the following equation:

$$M_X(r) = 1 + \frac{cr}{\lambda}. \quad (2)$$

If the equation (2) has a unique positive solution R , then we call R the adjustment coefficient.

Let us consider also the equation

$$M_Y(r) = 1, \quad (3)$$

where: $Y = X - c\tau$ is the total loss (claim amount minus premium income), corresponding to the inter-claim time τ . For the classical risk model the equation (3) reduces to (2). The equation (3) itself corresponds to a more general model, where the Poisson distribution for the claim number is not assumed, i. e. the Sparre-Andersen model. Then the adjustment coefficient may be defined as a unique positive solution of (3), assuming the existence of its left hand side.

The coefficient R may be defined also by

$$M_S(r) = e^{rc},$$

where: $S = S_t$, i. e. S_t dla $t = 1$, which we mean as defined for a unit time interval.

The name “adjustment coefficient” is a little enigmatic because it is not clear what is to be adjusted, unless in some sense claims and premium. We can find a few interpretations and illustrations, see Asmussen and Albrecher (2010), Kaas, Goovaerts, Dhaene and Denuit (2009), Otto (2004). A good detailed

interpretation for R may be the risk aversion coefficient value such that it leads to the premium satisfying the zero utility principle under the exponential utility function (see Kaas et al., 2009).

The adjustment coefficient plays a key part in some fundamental bounds and approximations of the ruin theory:

$$\Psi(u) \leq e^{-Ru}, \quad u \geq 0 \text{ (the Lundberg inequality);}$$

$$\lim_{u \rightarrow \infty} e^{Ru} \Psi(u) = \frac{c - \mu\lambda}{\lambda M'_X(R) - c} \text{ (the Cramér-Lundberg asymptotic formula),}$$

$$\Psi(u) = \frac{e^{-Ru}}{E(e^{-RZ_T} | T < \infty)}, \quad u \geq 0 \text{ (the exact formula for the ruin probability);}$$

in the latter formula the denominator is the moment generating function of the deficit at the ruin time, assuming that the ruin happened. The adjustment coefficient is a component of ruin formulae or bounds not only for the classical risk model but for any risk model in which the loss distribution has a finite moment generating function on an open interval.

The problem of existence of the adjustment coefficient was addressed by Grandell (1979) and Mammitzsch (1986). Grandell gave reasonable sufficient conditions for the existence but only Mammitzsch established necessary and sufficient conditions, as follows.

Theorem 1 (Mammitzsch, 1986). *If Y is a nondegenerate random variable, if we define a set $I = \{r \in R : M_Y(r) < \infty\}$ and its supremum $A = \sup I > 0$, then for $A \notin I$ the solution $R > 0$ of the equation (2) exists if and only if*

(i) $EY < 0$ and (ii) $P(Y > 0) > 0$;

and for $A \in I$ the solution $R > 0$ exists if and only if $EY < 0$ and (ii) $P(Y > 0) > 0$ and (iii) $M_Y(A) \geq 1$.

For the proof see Mammitzsch (1986).

Now for the loss $X \sim F$ let $0 < EX = \mu < +\infty$. Let Y be defined as for the equation (3). Then $EY < 0$ if and only if $\mu\lambda < c$, what means that the total

premium is more than the expected total loss. It is well known in the insurance risk theory (Kaas et al., 2009) that if $\mu\lambda < c$, then $(\forall u \geq 0) \Psi(u) < 1$; and also if $\mu\lambda > c$, then $(\forall u \geq 0) \Psi(u) = 1$, i. e. the ruin is sure. The premium per the unit time is often considered in the form $c = (1 + \theta)\mu\lambda$, where $\theta > 0$ is called the safety coefficient.

We present hereafter three methods:

- a) based on empirical distribution (empirical moment generating function);
- b) an application of the Robbins-Monro procedure;
- c) estimation based on order statistics.

3. Estimation based on empirical distribution

This method is due to Grandell (1979). Much later Csörgö and Teugels (1990) developed theory of empirical Laplace transform, for which the estimation of the adjustment coefficient based on empirical moment generating function appears as a particular application but the form is slightly different which influences its asymptotics as well. Similarly, Pitts et al. (1996), established one more form of point estimates, which asymptotic distribution implies interval estimates. It was also described in Asmussen and Albrecher (2010), Otto (2004) and Męczarski (2018).

Following Grandell (1979), let $y(r) = M_X(r) - \frac{cr}{\lambda}$, $r \geq 0$. Let also $M_X(2R) < \infty$ (this is needed for the existence of the asymptotic variance, restrictiveness of this assumption will be addressed further). The function M_X is convex; the equation $y(r) = 1$ has exactly one positive solution.

Let us observe claims X_i , $i = 1, 2, \dots$ on the time interval $(0, T]$ and construct as follows:

$$Y_T(r) = \frac{1}{N_T} \sum_{i=1}^{N_T} e^{rX_i} - cr \frac{T}{N_T},$$

where: $N_T > 0$. Then the estimate $\hat{R}_T$ is obtained as a solution of the „empirical” equation $Y_T(r) = 1$. This solution may not exist. Namely, if

$$c \leq \frac{1}{N_T} \sum_{i=1}^{N_T} X_i \cdot \frac{N_T}{T},$$

e. i. $c \leq \hat{\mu}\hat{\lambda}$ for the estimates $\hat{\mu}, \hat{\lambda}$ of μ, λ , then the observed total loss is non-negative and we take $\hat{R}_T = 0$. Otherwise we obtain $\hat{R}_T > 0$.

Theorem 2 (Grandell, 1979). *Given $\hat{R}_T \neq 0$, the convergence in distribution of the random variable*

$$\sqrt{T} \left(\hat{R}_T - R \right)$$

to a normal random variable Z holds, where $Z \sim N(0, \sigma^2)$ with

$$\sigma^2 = \text{Var } Z = \frac{y(2R)-1}{\lambda \left(y'(R) \right)^2}.$$

The variance σ^2 may be estimated e.g. with $\hat{\sigma}^2 = \frac{Y_T \left(2\hat{R}_T \right) - 1}{\hat{\lambda} \left(y'_{\hat{R}_T} \left(\hat{R}_T \right) \right)^2}$.

For the proof see Grandell (1979).

Now let us follow Pitts et al. (1986). Let us consider the observations as $Y_i = X_i - cT_i, i = 1, 2, \dots, n$, what gives the empirical version of the left hand side of the equation in the new form:

$$y_n(r) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e^{r(X_i - cT_i)},$$

for $n = 1, 2, \dots$. The estimate $\hat{R}_n$ is a solution of the equation $y_n(r) = 1$. This

solution exists if $\sum_{i=1}^n (X_i - cT_i) < 0$, but not all $X_i - cT_i$ are negative. Otherwise

we take $\hat{R}_n = 0$.

In Pitts et al. (1996) the following theorem on the limit distribution was proved.

Theorem 3 (Pitts et al., 1996). *Assuming that R exists, the random variable*

$$\sqrt{n}(\hat{R}_n - R)$$

is convergent in distribution to a random variable Z normally $N(0, \sigma^2)$ distributed with the asymptotic variance

$$\sigma^2 = \text{Var } Z = \frac{M_Y(2R) - 1}{(M'_Y(R))^2}.$$

The asymptotic normality gives a tool for asymptotic confidence intervals, considered also by Pitts et al. (1996). They gave various solutions corresponding to various variance estimators, including jackknife and bootstrap. In the simulation study the coverage probability for a finite n was usually less than an assumed confidence level for the interval. The dispersion between confidence bounds and a true value was not shown.

The versions by Grandell (1979), Csörgö and Teugels (1990), Pitts et al. (1996) are slightly different, including their asymptotic variances. Grandell's method has its asymptotics considered with respect to the time length T of observing claims. Csörgö and Teugels (1990) assume the Poisson parameter λ to be known. In Pitts et al. (1990) it is noticed that their asymptotic variance is less than the variance in Theorem 3 (obviously because of this assumption).

4. Estimation with the Robbins-Monro procedure

This method uses the stochastic approximation procedure of Robbins and Monro (1951) and it was proposed by Herkenrath (1986). In his summary he reminded how professor Hans Bühlmann called to develop statistical methods for risk theory at an Oberwolfach¹ conference. Assumptions are made in the same form as for the empirical moment generating function method.

¹ Oberwolfach is a locality in Germany, where the well-known Institute of Mathematical Research (*Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach*) organizes conferences and seminars.

We assume also as before the additional condition $M_X(2R) < \infty$.

Now let

$$W(r) = M_X(r) - \frac{rc}{\lambda} - 1.$$

We are looking for the positive root R (which is unique) of the function W . We have $W(r) = EV(r)$, where

$$V(r) = e^{rx} - \frac{rc}{\lambda} - 1,$$

so W is a regression function.

The Robbins-Monro stochastic approximation procedure was constructed by Robbins and Monro (1951), what begun considerations and applications of stochastic approximation methods with enormously rich literature (e.g. Wasan, 1969; Nevel'son and Hasminskiĭ, 1973; Koronacki, 1989). Let in general $W: R \rightarrow R$ be an unknown regression function, $(V_i(r))_{i \geq 1}$ – a sequence of its random observations (which may be constant in i), $r \in R$, for a fixed r independent identically distributed, $EV_i(r) = W(r)$. The procedure produces a sequence (ρ_n) of estimators of a unique root R of the function W , as follows

$$\rho_{n+1} = \rho_n - a_n V_n(\rho_n), \quad n \geq 1$$

where $a_n > 0$, $n = 1, 2, \dots$, $a_n \rightarrow 0$, the sequence (a_n) and the constant ρ_1 are

fixed (Robbins and Monro, 1951). Further assumptions are $\sum_{i=1}^{\infty} a_n = \infty$,

$\sum_{i=1}^{\infty} a_n^2 < \infty$. In stochastic approximation assumptions for the function W one

imposes various collections of conditions, which implies in general „almost linear” shape of the functions in a neighborhood of the root R . They imply

the mean square and almost sure convergence $\rho_n \rightarrow R$. If moreover $a_n = \frac{a}{n}$,

where $2aW'(R) > 1$, then $E(\rho_n - R)^2 = O(1/n)$. Obviously, conditions on distributions of the variables $V_i(r)$ are imposed in some typical forms as well.

Theorem 4 (Herkenrath, 1986). *Under some typical conditions, the limit distribution of the random variable $\sqrt{n}(\rho_n - R)$ has the form $N(0, s^2)$, where*

$$s^2 = \frac{a^2 \sigma_0^2}{2aW'(R) - 1},$$

with $\sigma_0^2 = \lim_{r \rightarrow R} \text{Var} V_i(r)$ (given the existence of the variances and the limit).

For

$$W(r) = M_X(r) - \frac{rc}{\lambda} - 1$$

and

$$V_i(r) = e^{rX_i} - \frac{rc}{\lambda} - 1$$

the typical conditions of convergences are satisfied, since W is a convex function of r and the moment generating function M_X is assumed to exist, i. e. all the moments exist. Because of this, here we avoid any complete presentation of detailed assumptions for the convergence of stochastic approximation procedures. Some of them are given in Herkenrath (1986) and may be found e.g. in Wasan (1969), Nevel'son and Has'minskiĭ (1973) or Koronacki (1989).

And now observe that

$$\text{Var} V_i(r) = M_X(2r) - (M_X(r))^2,$$

which implies that the assumption $M_X(2R) < \infty$ must be imposed to obtain the asymptotic result. Its restrictiveness may depend on the actual loss distribution.

4.1. On performance problems of the Robbins-Monro-Herkenrath method

Since in practice $R \in (0, \gamma)$ for a constant $\gamma > 0$, which is an upper bound of the domain of the function M_X , it is needed to separate the procedure from 0 ($R > \zeta > 0$) and to estimate the bound γ (the upper bound of the domain of the moment generating function of X). This estimate may be as follows:

$$\hat{\gamma}_{n,k} = \frac{1}{X_{n-k:n}} \log \frac{n}{k},$$

where: $k \geq 1$ is fixed; then $\hat{\gamma}_{n,k} \rightarrow \gamma$ when $n \rightarrow \infty$ (J. Teugels's statement in Herkenrath, 1986). Finally the procedure is truncated with an interval $[\zeta, \eta]$. The problems of truncation are described in details in Herkenrath (1986), however the question of good separating from 0 remains unanswered.

To perform the procedure we fix $\rho_1 \in [\zeta, \eta]$, $\eta < \gamma$, the sequence (a_n) , e.g.

$a_n = \frac{a}{n}$. Let X_i , $i = 1, 2, \dots$, be independent identically distributed loss data.

The procedure by Herkenrath (1986) is as follows:

the first loss corresponds to the observation X_1 :

$$V_1(\rho_1) = e^{\rho_1 X_1} - \frac{\rho_1 c}{\lambda} - 1,$$

so the second approximation is

$$\rho_2 = (\rho_1 - a_1 V_1(\rho_1))|_{[\zeta, \eta]},$$

the next loss – to X_2 and so on:

$$V_n(r) = e^{r X_n} - \frac{rc}{\lambda} - 1,$$

$$\rho_{n+1} = (\rho_n - a_n V_n(\rho_n))|_{[\zeta, \eta]};$$

the truncation does not influence the rate of convergence to R , where $R \in [\zeta, \eta]$. This means we should guess or approximate the lower bound. The procedure ends when the data sequence ends.

Now we consider a simulation study due to Herkenrath (1986).

Example 1 (Herkenrath, 1986). Let $F(x) = 1 - e^{-\beta x}$, $x \geq 0$, so claims are exponential $Ex(\beta)$; let $\beta = 10^{-4}$, i. e. $\mu = 10000$; let the Poisson parameter $\lambda = 100$ and the premium rate $c = 1,2 \cdot 10^6$, so the safety coefficient equals

$\theta = 0.2$. Further, we have $M_X(r) = \frac{\beta}{\beta - r}$, $W(r) = \frac{\beta}{\beta - r} - \frac{rc}{\lambda} - 1$, $r < \beta$. Then

there exists a formula for R in the closed form $R = \frac{\beta c - \lambda}{c}$, what for assumed

numerical values is equal to $R = \frac{1}{6} \cdot 10^{-4}$ and we have $\Psi(u) = \frac{\lambda \mu}{c} e^{-Ru} =$

$= \frac{1}{6} e^{-\frac{u}{6 \cdot 10^4}}$. The domain of W is $(-\infty, 10^{-4})$; $[\zeta, \eta] \subset (0, 10^{-4})$. Observe that R

is close to 0 and the separation of the procedure from 0 is essential. Consequently, the method may include also a transformation of data in form of rescaling or inversion. Numerical results by Herkenrath (1986) indicate that approximated for a finite iteration number asymptotic variances in the Robbins-Monro procedure are less than in the empirical moment generating function method; moreover, in the author's words, the convergence in the latter method is even difficult to see, even for $N = 100$ – absolute deviations are quite large.

The variance of the limit normal distribution has the value $\frac{48a^2}{384 \cdot 10^4 a - 1000}$, assuming $a > \frac{1}{3840}$. For the step length $a = 10^{-3}$ we get $s^2 = \frac{1}{10^5 \cdot 596,6}$; for $a = \frac{1}{3 \cdot 10^3}$ this is $s^2 = \frac{1}{10^5 \cdot 525}$.

The condition $M_X(2R) < \infty$ for the exponential loss distribution $Ex(\beta)$, $\beta = \frac{1}{\mu}$, means that the parameters of the underlying distributions of the risk process have to satisfy the inequality

$$\lambda\mu < c < 2\lambda\mu,$$

what means a sharp upper bound of the safety coefficient by the value 1, i. e. 100%, which may be nonrestrictive.

4.2. On comparison with the empirical moment generating function method

Let us recall the methods from Section 3. As it was said there, Csörgö and Teugels (1990) assume the Poisson parameter λ to be known; similarly to Herkenrath (1986). Their empirical equation to solve is

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e^{rX_i} - 1 = \frac{rc}{\lambda}$$

and their asymptotic variance

$$\sigma_1^2 = \frac{M_X(2R) - M_X^2(R)}{\left(M_X'(R) - \frac{c}{\lambda}\right)^2}$$

is less than the variance in Theorem 3, because of this assumption. It is also less than the asymptotic variance of the Robbins-Monro-Herkenrath estimator (Niemiro, 2019) unless a is optimally chosen such that $aW'(R) = 1$, when the equality occurs (but $aW'(R)$ is unknown).

If we now take the method in the version by Pitts et al. (1996) and numeric values from Herkenrath's example, we obtain the asymptotic variance in The-

orem 3 as $\sigma^2 = \frac{1}{10^5 \cdot 560}$.

4.3. A comment on a modification of the Herkenrath procedure

Insurance models involving the adjustment coefficient usually deal with many relatively small claims in a large portfolio, e.g. automobile insurance. This means that we have many data at hand. Consequently, a procedure based on successive single data points at each step seems artificial. Computations for the Robbins-Monro method are fast so we can compute the estimate based on the whole available current data set. So the number of data influences the variance of the estimated regression function. However, the asymptotic variance of the Robbins-Monro estimate $\hat{R}_n$ is dependent of the number of iterations. The stopping rule of the Robbins-Monro procedure usually assumes a prescribed accuracy level and it is not determined by how many data points are available. The procedure requires only the availability of the approximations $V(\rho_j)$ of the regression function W at successive estimates ρ_j and not new data.

Suppose that the available observations are $X_1, X_2, \dots, X_K$ for an integer $K \geq 1$. Let us consider

$$V(r) = V^{(K)}(r) = \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K e^{rX_j} - \frac{rc}{\lambda} - 1.$$

Then we have

$$EV^{(K)}(r) = W(r),$$

$$VarV^{(K)}(r) = \frac{1}{K} (M_X(2r) - (M_X(r))^2).$$

This means that the asymptotic variance has been made K times smaller.

The performance of this modification and its comparison to the original Herkenrath procedure require new simulation. Also Herkenrath's comparison to the method based on the empirical moment generating function needs to be repeated because of some details, e.g. stopping criteria, actually used Newton's method and apparent contradiction to comparison of theoretically computed asymptotic variances in later papers. This will be a subject of future research.

5. Estimation based on intermediate order statistics

This method was introduced by Csörgö and Steinebach (1991) under standard assumptions of the Sparre Andersen model but without $M_X(2R) < \infty$.

Let us consider $Y_i = X_i - cT_i$, i. e. the total loss in the time interval between the $(i-1)$ th claim to the i th one, $i = 1, 2, \dots$, $X_0 = 0$, $T_0 = 0$. The following theorem gives a look at asymptotic results of interest.

Theorem 5 (Csörgö, Steinebach, 1991). *If the random variables (Y_i) are independent with identical distributions satisfying*

$$(i) \ M_Y(r) < \infty \text{ for } r \in [0, r_0),$$

$$(ii) \ M'_Y(0+) < 0$$

and if we define $\xi_0 = 0, \dots, \xi_n = \max\{\xi_{n-1} + Y_n, 0\}, \dots$, then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \max_{1 \leq k \leq n} \frac{\xi_k}{\log n} = 1/R$$

almost surely, where $M_Y(R) = 1$, $R > 0$.

However, to construct statistics with results in the form of the laws of iterated logarithm and better (in some sense) estimators, we define the following random stopping times:

$$v_0 = 0,$$

$$v_1 = \min\{m \geq 1 : \xi_m = 0\}, \dots,$$

$$v_k = \min\{m \geq v_{k-1} + 1 : \xi_m = 0\}$$

and we consider statistics $Z_k = \max_{v_{k-1} \leq j \leq v_k} \xi_j$, $k = 1, 2, \dots, n$. Then the variables

Z_k , $k = 1, 2, \dots$, are independent and identically distributed, with the finite moment generating function.

Now we have the theorem as follows.

Theorem 6 (Csörgö and Steinebach, 1991). *We assume the conditions (i) and (ii) of Theorem 5 and (iii) $\lim_{n \rightarrow \infty} k_n / n = 0$, where (k_n) is a sequence of positive integer numbers, $1 \leq k_n \leq n$.*

Then with probability 1 we have

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{Z_{n-k_n+1:n}}{\log \frac{n}{k_n}} = 1 / R.$$

If $k_n \equiv 1$, then $Z_{n-k_n+1:n} = Z_{n:n}$.

For the proof see Csörgö and Steinebach (1991).

For $k_n \rightarrow \infty$ order statistics $Z_{n-k_n+1:n}$ are called intermediate order statistics. Now it is possible to establish laws of iterated logarithm which imply rates of convergence. However, we omit quite involved and sophisticated considerations due to some theorems on queuing theory and asymptotics of order statistics; we will introduce only some of their consequences in the following example, which continues Herkenrath's model from the previous section.

Example 2 (Csörgö and Steinebach, 1991). We continue the example of Herkenrath (1986), i. e. we assume the classical risk model with exponential

claims $Ex(\beta)$, $EX = \mu = 1/\beta$. Then $R = \frac{c - \lambda\mu}{c\mu}$. Moreover, it is possible

to compute that the statistics Z_i have a distribution with the cumulative distribution function

$$G(z) = \frac{1 - ae^{-\frac{1-a}{\mu}z}}{1 - a^2e^{-\frac{1-a}{\mu}z}}, \quad z > 0, \quad a = \frac{\lambda\mu}{c}.$$

The omitted argument derived from queuing theory mentioned above implies that the estimators should have the form

$$\frac{\log \frac{nD}{k_n}}{Z_{n-k_n+1:n}},$$

where: $D > 0$ is a constant depending on parameters of distributions in the risk model. In this case $D = a(1-a)$, which is to be estimated: the estimator $\hat{a}$ is constructed on the basis of the estimate of the probability $P(Z_i = 0)$, i. e.

the frequency of the event $\{Z_i = 0\}$, $i = 1, 2, \dots, n$, since $G(0) = P(Z_1 = 0) = \frac{1}{1+a}$. Moreover, a law of iterated logarithm applied to obtain the best rate

of convergence implies the choice $k_n \sim n^{2/3}$. Then one shows for example that with probability 1 it may be

$$\frac{Z_{n - [n^{2/3}] + 1:n}}{\log \frac{D}{n^{1/3}}} = 1/R + O\left(n^{-1/3} \frac{\sqrt{\log \log n}}{\log n}\right).$$

Let us take for the estimator more generally a polynomial rate $k_n = [n^p]$, $p \in (0, 1)$. Then

$$\hat{R} = \frac{\log \frac{Dn}{k_n}}{Z_{n - k_n + 1:n}}.$$

A simulation study for various values of p and estimates of D by Csörgö and Steinebach (1991) resulted in the following summarizing conclusions:

for $p = 0$ we have $k_n \equiv 1$ i $\hat{R} = \log \frac{Dn}{Z_{n,n}}$; then we obtain the large mean square

error, very slow convergence; the best case is $D = 1$;

the best value of D is $a(1-a)$, but it is unknown;

good numerical results are obtained for $\hat{D} = \max\{\hat{a}(1-\hat{a}), 0, 01\}$, good qual-

ity of simulation results is observed for $k_n = [n^{2/3}]$.

Some additional numerical comparisons are made for the following estimators; $\tilde{R}$ generated by the empirical moment generating function method

and $R^* = \frac{c - \hat{\mu}\hat{\lambda}}{c\hat{\mu}}$, which means the moment method. For small n the estima-

tors $\tilde{R}$ and R^* have better performance than $\hat{R}$ for various p with the estimator $\hat{D}$. For large n , $n \gg 1000$, the results are similar.

This family of methods was developed also by Deheuvels and Steinebach (1990), combining together more types of estimator, including e.g. so called Hill estimator of the Pareto tail index. We do not continue to present these problems here.

6. Concluding remarks

What concerns practical realization and simulation studies, they were performed several years ago. New computational studies exceed the scope of this short review. But moreover only quite simple case of exponential claims and Poisson claim numbers was taken into consideration. For the Csörgö-Steinebach method this simplicity was quite essential to compute explicitly the cumulative distribution function of the statistics Z_i . Also Herkenrath's implementation of the Robbins-Monro procedure required additional operations on data including additional estimations of parameters of the computational process. The method based on the empirical moment generating function is free of such troubles, difficulties and additional subprocedures. Its performance may be not quite good for moderate finite sample size but it is still the only method we find in textbooks and monographs which might be recommended for actuaries, see e.g. Asmussen and Albrecher (2010) or Otto (2004). As it was said before, some new simulation studies seem to be needed and they will be a subject of future research.

Bibliography

- Asmussen S., Albrecher H. (2010). *Ruin Probabilities*, Singapore: World Scientific.
- Csörgö M., Steinebach J. (1991). *On the Estimation of the Adjustment Coefficient in Risk Theory via Intermediate Order Statistics*, „Insurance: Mathematics and Economics”, vol. 10, p. 37–50.
- Csörgö M., Teugels J. (1990). *Empirical Laplace Transform and Approximation of Compound Distributions*, „Journal of Applied Probability”, vol. 27, p. 88–101.
- Deheuvels P., Steinebach J. (1990). *On Some Alternative Estimates of the Adjustment Coefficient in Risk Theory*, „Scandinavian Actuarial Journal”, p. 135–159.
- Grandell J. (1979). *Empirical Bounds for Ruin Probabilities*, „Stochastic Processes and their Applications”, vol. 8, p. 243–255.
- Herkenrath U. (1986). *On the Estimation of the Adjustment Coefficient in Risk Theory by Means of Stochastic Approximation Procedures*, „Insurance: Mathematics and Economics”, vol. 5, p. 305–313.
- Kaas R., Goovaerts M., Dhaene J., Denuit M. (2009). *Modern Actuarial Risk Theory Using R*, Berlin–Heidelberg: Springer Verlag.
- Koronacki J. (1989). *Aproksymacja stochastyczna: metody optymalizacji w warunkach losowych*, Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne.
- Mammitzsch V. (1986). *A Note on the Adjustment Coefficient in Ruin Theory*, „Insurance: Mathematics and Economics”, vol. 5, p. 147–149.
- Męczarski M. (2018). *On a Statistical Problem in Actuarial Mathematics: Estimation of the Adjustment Coefficient*, „Prace Instytutu Ekonometrii” (working paper), Szkoła Główna Handlowa, Warszawa.
- Nevel’son M.B., Hasminskii R.Z. (1973). *Stochastic Approximation and Recursive Estimation*. American Mathematical Society, Providence.
- Niemiro W. (2019). A personal communication, 2019.
- Otto W. (2004). *Ubezpieczenia majątkowe, cz. I: Teoria ryzyka*, Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne.
- Pitts S.M., Grübel R., Embrechts P. (1996). *Confidence Bounds for the Adjustment Coefficient*, „Advances of Applied Probability”, vol. 28, p. 802–827.
- Robbins H., Monro S. (1951). *A Stochastic Approximation Method*, „Annals of Mathematical Statistics”, vol. 22, p. 400–407.
- Wasan M.T. (1969). *Stochastic Approximation*, Cambridge: Cambridge University Press.

Rozdział 6

ADDITIONAL ASPECTS OF ONE-YEAR PREMIUM RISK AND EMERGENCE PATTERN OF ULTIMATE LOSS BASED ON CONDITIONAL DISTRIBUTION¹

1. Introduction

In non-life insurance we are interested in modelling of the development process of losses. The key goal is to model the cumulative payments $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ associated with a given accident year, where X_i denotes the claims paid up to the i -th development year. In particular, X_1 denotes the claims paid in the first development year, and X_n denotes the ultimate claims paid. Clearly, the random variables $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ are dependent.

Insurance companies are exposed to *premium risk* and *reserve risk*. By premium risk, we understand the risk that the premiums earned in a given year

¹ This research is financially supported with grant NCN 2018/31/B/HS4/0250.

are not sufficient to cover the claims incurred in that year. By reserve risk, we understand the risk that the current claims reserves are not sufficient to cover the claims incurred in the past and not yet or enough paid.

At each point of time $k = 1, \dots, n-1$, the insurer predicts the value of the aggregate claims by estimating $\mathbb{E}[X_n | X_1, \dots, X_k]$. The expected value $BE_k = \mathbb{E}[X_n | X_1, \dots, X_k]$ is called the best estimate of the ultimate loss. It is the expected value of the ultimate loss X_n conditioned on the information gathered in the first k development periods, i.e. using the information about the payments $X_1, \dots, X_k$ in the first k development periods. We can see that this best estimate of the ultimate loss changes throughout the time due to the fact that we know more about the ultimate loss X_n . As a result, we might have a different estimation of the premium risk, depending on the point of time we choose. In our work, we will consider two specific cases and introduce two more notions of the premium risk:

- $BE_1 = \mathbb{E}[X_n | X_1]$ – the best estimate of the ultimate loss after year one, which we will call the *one-year premium risk*,
- X_n – the ultimate outcome, where all of the claims are already settled, which we will call the *ultimate premium risk*.

We will consider the relation between the one-year premium risk BE_1 and the ultimate risk X_n . The risk is measured with Value-at-Risk at a confidence level γ . This problem is studied in the work of Delong and Szatkowski (2019). In this paper we want to investigate further the conclusions and ideas from Delong and Szatkowski (2019) and present additional results. For details about the models, we refer to Delong and Szatkowski (2019).

2. The emergence pattern formula

England Cairns and Scarth (2012) and Bird, Cairns (2011) introduced the concept of an emergence pattern of the ultimate loss. They postulate the following linear relation between the best estimate of the ultimate loss and the ultimate loss:

$$BE_1^{\mathcal{P}} = \alpha X_n + (1 - \alpha) \mathbb{E}[X_n], \quad (2.1)$$

where α is called an emergence factor, and $\alpha \in (0, 1)$. England et al. (2012), Bird, Cairns (2011) propose to use α such that the standard deviations of $BE_1^{\mathcal{P}}$ and BE_1 are equal. The emergence factor α is then given by

$$\alpha = \frac{SD[BE_1]}{SD[X_n]} = \frac{SD[BE_1 - \mathbb{E}[BE_1]]}{SD[X_n - \mathbb{E}[X_n]]}. \quad (2.2)$$

The emergence factor α measures the relation between the one-year risk and the ultimate risk, where the risk is measured with standard deviation. The parameter α is calibrated in a reserve risk model, see England et al (2012), Bird, Cairns (2011).

The emergence pattern is useful in practice. It is easy to calibrate, provides stable estimates and natural explanations of the results. However, it is also based on very strong assumptions and possesses several disadvantages.

Corollary 2.1

- The emergence pattern formula (2.1) is true only if BE_1 is perfectly linearly correlated with X_n , i.e. if $\rho(BE_1, X_n) = 1$.
- The conditional distribution of $BE_1^{\mathcal{P}} | X_n = x$ is degenerate.
- The relation between the Value-at-Risk measures $Var_{\gamma}[BE_1]$ and $Var_{\gamma}[X_n]$ is linear in α and is equal to the relation of the standard deviations $SD[BE_1]$ and $SD[X_n]$.
- The skewness and kurtosis of the losses are the same for the one-year risk and the ultimate risk.

Delong and Szatkowski (2019) postulated a new approach to the emergence pattern formula. Their emergence pattern formula for the one-year premium risk is based on the conditional distribution of the best estimate of the ultimate loss given the ultimate loss $BE_1 | X_n = x$ where the conditional distribution is derived from the multivariate distribution of the claims development process $(X_1, \dots, X_n)$ and the definition of the best estimate of the ultimate loss after

the first year BE_1 . In the work by Delong and Szatkowski (2019), the distributions of $BE_1 | X_n = x$ in several well-known claims development models were considered and, based on them, a modification of the emergence pattern formula (2.1) was proposed. They presented that the emergence pattern formulas derived from the multivariate distributions of the claims development process in well-known claims reserving models are different from the emergence pattern (2.1). Additionally, the modified emergence patterns from Delong and Szatkowski (2019) do not have the above mentioned disadvantages.

3. Hertig's lognormal model

We consider a multiplicative loss model where the development factors are modelled with lognormal distributions, see e.g. Hertig (1985) or Wuthrich, Merz (2008). We investigate cumulative payments described by the model:

$$\begin{aligned} X_1 = \epsilon_1, X_i = X_{i-1} \cdot \epsilon_i, \quad \text{where : } \epsilon_i \sim \text{Log } N(m_i, \sigma_i^2) \quad \text{for } i \in \{1, \dots, n\}, \\ \text{and : } \epsilon_i \perp \epsilon_j \quad \text{for } i \neq j \in \{1, \dots, n\}. \end{aligned} \quad (3.1)$$

We assume that $m_i \in \mathbb{R}, \sigma_i > 0$. We denote

$$m = \sum_{i=1}^n m_i, \quad \sigma^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2.$$

The best estimate of the ultimate loss is given by

$$BE_1 = \mathbb{E}[X_n | X_1] = X_1 e^{m-m_1 + \frac{1}{2}(\sigma^2 - \sigma_1^2)}. \quad (3.2)$$

Following Delong and Szatkowski (2019), we state the true emergence pattern for the ultimate loss which comes from the claims development process (3.1). With the true emergence pattern formula given by the conditional distribution of $BE_1 | X_n$, we can next calculate the unconditional distribution of the best estimate BE_1 which we use to quantify the true one-year premium

risk in the claims development model (3.1). The ultimate premium risk and the true one-year premium risk are quantified with $VaR_\gamma [X_n - \mathbb{E}[X_n]]$ and $VaR_\gamma [BE_1 - \mathbb{E}[BE_1]]$.

Theorem 3.1 *Let us consider the model (3.1) of claims development and the multivariate distribution of the claims development process $(X_1, \dots, X_n)$. Let*

$$\mu_{X_n} = \mathbb{E}[X_n], \quad \psi_{X_n} = \frac{SD[X_n]}{\mathbb{E}[X_n]}, \quad \alpha = \frac{SD[BE_1]}{SD[X_n]}.$$

We have the following loss distributions:

$$\blacksquare \quad X_n \sim \text{Log } N(\tilde{m}; \tilde{\sigma}^2), \quad (3.3)$$

$$\blacksquare \quad BE_1 | X_n = x \sim \text{Log } N\left(\tilde{\alpha}^2 \log(x) + (1 - \tilde{\alpha}^2) \left(\tilde{m} + \frac{\tilde{\sigma}^2}{2}\right); \tilde{\alpha}^2 (1 - \tilde{\alpha}^2) \tilde{\sigma}^2\right), \quad (3.4)$$

$$\blacksquare \quad BE_1 \sim \text{Log } N\left(\tilde{m} + (1 - \tilde{\alpha}^2) \frac{\tilde{\sigma}^2}{2}; \tilde{\alpha}^2 \tilde{\sigma}^2\right), \quad (3.5)$$

where

$$\tilde{m} = \log(\mu_{X_n}) - \frac{1}{2} \log(1 + \psi_{X_n}^2), \quad \tilde{\sigma}^2 = \log(1 + \psi_{X_n}^2),$$

$$\tilde{\alpha}^2 = \frac{\log(1 + \alpha^2 \psi_{X_n}^2)}{\log(1 + \psi_{X_n}^2)},$$

with the parameter $\alpha \in (0, 1)$. Additionally, we have the following properties:

1. $\mathbb{E}[BE_1] = \mathbb{E}[X_n]$,
2. $\text{Var}[BE_1] = \alpha^2 \text{Var}[X_n]$,
3. $\alpha^3 \text{Skew}[X_n] \leq \text{Skew}[BE_1] \leq \alpha \text{Skew}[X_n]$,
4. $\alpha^8 \text{Kurt}[X_n] \leq \text{Kurt}[BE_1] \leq \alpha^2 \text{Kurt}[X_n]$.

Proof: The result is taken from Theorems 3.3–3.4 in Delong and Szatkowski (2019). We only have to derive the results for the skewness and the

kurtosis. The relations follow from the formulas for skewness and kurtosis of lognormal distributions of X_n and BE_1 and straightforward estimates. ■

If we apply the emergence pattern formula (2.1) to our claims development model (3.1), we receive the formula

$$BE_1^{ep} \sim \alpha \cdot \text{Log } N(\tilde{m}, \tilde{\sigma}^2) + (1 - \alpha) \mu_{X_n}. \quad (3.6)$$

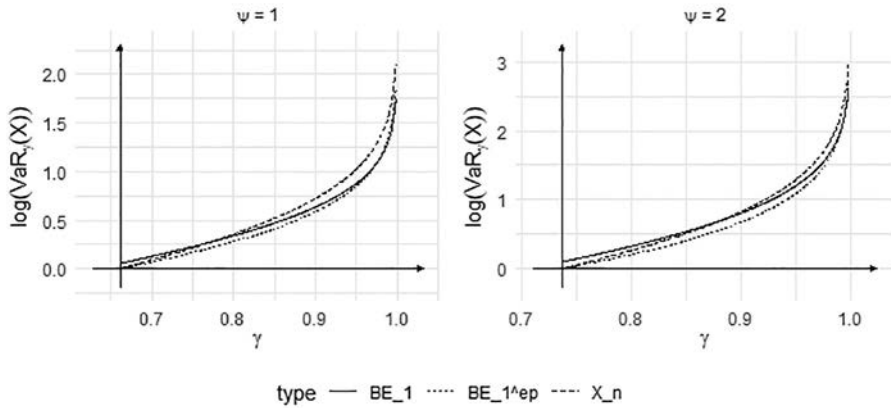
3.1. The relation between the distributions of BE_1 , BE_1^{ep} and X_n

We can notice that there are three possible cases:

- $VaR_\gamma[BE_1 - \mathbb{E}[BE_1]] > VaR_\gamma[X_n - \mathbb{E}[X_n]] > VaR_\gamma[BE_1^{ep} - \mathbb{E}[BE_1^{ep}]]$,
- $VaR_\gamma[X_n - \mathbb{E}[X_n]] > VaR_\gamma[BE_1 - \mathbb{E}[BE_1]] > VaR_\gamma[BE_1^{ep} - \mathbb{E}[BE_1^{ep}]]$,
- $VaR_\gamma[X_n - \mathbb{E}[X_n]] > VaR_\gamma[BE_1^{ep} - \mathbb{E}[BE_1^{ep}]] > VaR_\gamma[BE_1 - \mathbb{E}[BE_1]]$.

An example for $\psi_{X_n} = 1$ and $\psi_{X_n} = 2$ is presented in Figure 1.

Figure 1. The log quantiles of BE_1 , BE_1^{ep} , X_n for $\alpha = 75\%$ in the Hertig's lognormal model



Source: own calculations.

We can collect our observations into a theorem.

Theorem 3.2 *Let us consider the model and the assumptions from Theorem 3.1. We consider only γ such that $VaR_\gamma[X_n] > \mathbb{E}[X_n]$.*

1. *There exists γ^* such that $VaR_\gamma[BE_1 - \mathbb{E}[BE_1]] > VaR_\gamma[X_n - \mathbb{E}[X_n]]$ for $\gamma < \gamma^*$, $VaR_\gamma[BE_1 - \mathbb{E}[BE_1]] < VaR_\gamma[X_n - \mathbb{E}[X_n]]$ for $\gamma > \gamma^*$,*
2. *There exists $\gamma^\#$ such that $VaR_\gamma[BE_1 - \mathbb{E}[BE_1]] > VaR_\gamma[BE_1^{ep} - \mathbb{E}[BE_1^{ep}]]$ for $\gamma < \gamma^\#$, $VaR_\gamma[BE_1 - \mathbb{E}[BE_1]] < VaR_\gamma[BE_1^{ep} - \mathbb{E}[BE_1^{ep}]]$ for $\gamma > \gamma^\#$ and $\gamma^\# > \gamma^*$,*
3. *For all considered γ we have that $VaR_\gamma[BE_1^{ep} - \mathbb{E}[BE_1^{ep}]] < VaR_\gamma[X_n - \mathbb{E}[X_n]]$.*

Proof: Let us denote $\hat{\gamma}$ such that $VaR_{\hat{\gamma}}[X_n - \mathbb{E}[X_n]] = 0$. We calculate that $\hat{\gamma} = \Phi\left(\sqrt{\frac{1}{2} \log(1 + \psi_{X_n}^2)}\right)$ and we consider only $\gamma > \hat{\gamma}$. From Delong and

Szatkowski (2019) we know that $VaR_\gamma[BE_1^{ep} - \mathbb{E}[BE_1^{ep}]] = \alpha VaR_\gamma[X_n - \mathbb{E}[X_n]] < VaR_\gamma[X_n - \mathbb{E}[X_n]]$ and, as a result, we have that $VaR_\gamma[BE_1^{ep} - \mathbb{E}[BE_1^{ep}]] = 0$. One can check that $VaR_\gamma[BE_1 - \mathbb{E}[BE_1]] > 0$ for $\gamma > \Phi\left(\sqrt{\frac{1}{2} \log(1 + \alpha^2 \psi_{X_n}^2)}\right)$, which implies that $VaR_\gamma[BE_1 - \mathbb{E}[BE_1]] > 0$. This,

with the continuity of the Value-at-Risk measure for lognormal distributions with respect to the confidence level γ , implies that for γ close enough to $\hat{\gamma}$ we have that $VaR_\gamma[BE_1 - \mathbb{E}[BE_1]] > VaR_\gamma[X_n - \mathbb{E}[X_n]] > VaR_\gamma[BE_1^{ep} - \mathbb{E}[BE_1^{ep}]]$. As shown in Delong and Satkowski (2019), we have that

$$\lim_{\gamma \rightarrow 1} \frac{VaR_\gamma[BE_1 - \mathbb{E}[BE_1]]}{VaR_\gamma[X_n - \mathbb{E}[X_n]]} = 0.$$

We also know that

$$\lim_{\gamma \rightarrow 1} \frac{VaR_\gamma[BE_1^{ep} - \mathbb{E}[BE_1^{ep}]]}{VaR_\gamma[X_n - \mathbb{E}[X_n]]} = \alpha.$$

Consequently,

$$\lim_{\gamma \rightarrow 1} \frac{VaR_\gamma[BE_1 - \mathbb{E}[BE_1]]}{VaR_\gamma[BE_1^{ep} - \mathbb{E}[BE_1^{ep}]]} = 0.$$

This means that for γ close enough to 1 we have that $VaR_\gamma[BE_1 - \mathbb{E}[BE_1]] < VaR_\gamma[BE_1^\varphi - \mathbb{E}[BE_1^\varphi]] < VaR_\gamma[X_n - \mathbb{E}[X_n]]$. Since the Value-at-Risk measure for lognormal distributions is increasing with respect to the confidence level γ , the result is proved. ■

Corollary 3.1 *Let us consider the results from Theorem 3.2.*

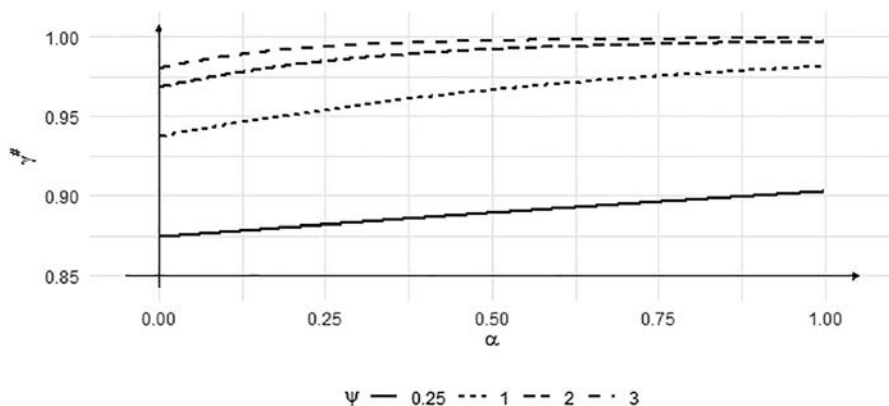
- *For confidence level $\gamma < \gamma^\#$, the true one-year risk is underestimated by the emergence pattern formula (2.1).*
- *For confidence level $\gamma > \gamma^\#$, the true one-year risk is overestimated by the emergence pattern formula (2.1).*

The value of $\gamma^\star$ is calculated in Delong and Szatkowski (2019), and is equal to

$$\gamma^\star = \Phi\left(\frac{1}{2}\sqrt{\log(1 + \alpha^2\psi_{X_n}^2)} + \frac{1}{2}\sqrt{\log(1 + \psi_{X_n}^2)}\right).$$

It is difficult to present the value of $\gamma^\#$ in an analytical form. We perform numerical tests and the results are presented in Figure 2.

Figure 2. The values of $\gamma^\#$ in the Hertig's lognormal model



Source: own calculations.

We can notice that the value of $\gamma^\#$ is an increasing function of both the dispersion coefficient ψ_{X_n} and the emergence factor α . This means that usually the underestimation of one-year risk by the emergence pattern formula (2.1) takes place for high values of ψ_{X_n} and α , while the overestimation of one-year risk takes place for low values of ψ_{X_n} and α .

The parameter ψ_{X_n} is responsible for the variance, skewness and kurtosis of the ultimate loss X_n . According to Dal Moro and Krvavych (2016), for reserve risk we would expect ψ_{X_n} parameter between 0.06 and 0.7. As the premium risk is more volatile, we extend the values of the tested parameters to $\psi_{X_n} = 3$, and we would rarely expect in practice values higher than that. The parameter α is responsible for the fraction of risk, when measured by standard deviation, that realizes in the first year. The value of α strongly depends on the line of business characteristics. For a short-tail line of business, where the claims are reported and settled quickly, we would expect a high α value, as usually after year one we already have a good estimation of the ultimate loss. For a long-tail line of business, which has a longer run-off period with potential re-estimations and late development of claims, we would expect a low α value, as the risk can change significantly during the next years. In AISAM-ACME (2007), it was mentioned that for the reserve risk, the ultimate risk could be 2 or 3 times higher than the one-year risk, which justifies testing for the whole range of $(0,1)$ for α .

3.2. Misestimation of the true one-year risk with the emergence pattern formula (2.1)

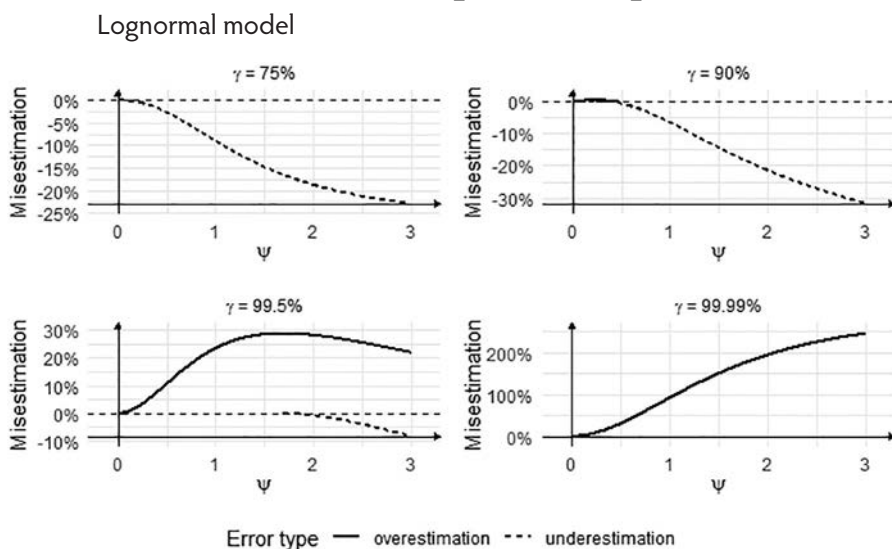
We perform another numerical test which investigates the accuracy of the estimation of the true one-year risk in the claims development model (3.1) with the emergence pattern formula (2.1). The test is focused on analyzing the relative error of the emergence pattern formula, which is calculated as

$$\frac{VaR_\gamma[BE_1^{cp} - \mathbb{E}[BE_1^{cp}]]}{VaR_\gamma[BE_1 - \mathbb{E}[BE_1]]}. \text{ The test consists of two parts:}$$

We find the maximum possible error, both for underestimation and overestimation for a given confidence level γ and dispersion coefficient ψ_{X_n} among the emergence factors $\alpha \in (0,1)$. The results are presented in Figure 3.

We find the emergence factor α which generates the maximum possible error, both for underestimation and overestimation, for a given confidence level γ and dispersion coefficient ψ_{X_n} . The results are presented in Figure 4.

Figure 3. The maximum values of $\frac{VaR_\gamma[BE_1^\varphi - \mathbb{E}[BE_1^\varphi]]}{VaR_\gamma[BE_1 - \mathbb{E}[BE_1]]}$ in the Hertig's

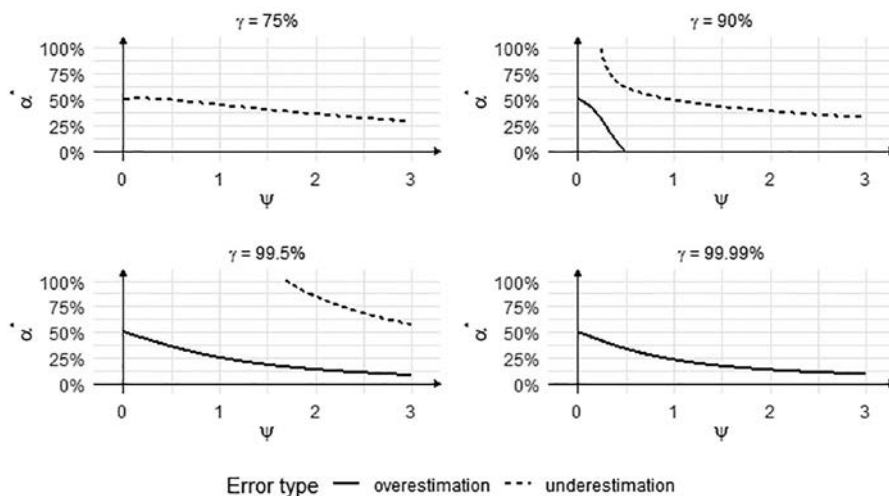


Source: own calculations.

We may see once again that the underestimation is connected with low γ , while overestimation is connected with high γ . For example, for $\psi_{X_n} \in (0,3)$ and $\gamma = 75\%$, we cannot find an emergence factor α which overestimates the true one-year risk, while the maximum underestimation is about 25%, see Figure 3. For $\psi_{X_n} \in (0,3)$ and $\gamma = 99.99\%$, we cannot find an emergence factor α which underestimates the true-one year risk, while the maximum overestimation is about 250%.

For a given confidence level γ and dispersion coefficient ψ_{X_n} , if we consider two emergence factors: $0 < \alpha_0 < \alpha_1 < 1$, then we may observe overestimation for α_0 and underestimation for α_1 , see Figure 4. This is due to the fact that the $\gamma^\#$ is an increasing function of α and it may turn out that for a given γ we have $\gamma^\#(\alpha_0, \psi) < \gamma < \gamma^\#(\alpha_1, \psi)$. We can observe the same effect for the dispersion coefficient ψ_{X_n} : if we consider two dispersion coefficients $0 < \psi_0 < \psi_1$, then we may observe overestimation ψ_0 and underestimation for ψ_1 . Since $\gamma^\#$ is an increasing function of ψ , it may happen that $\gamma^\#(\alpha, \psi_0) < \gamma < \gamma^\#(\alpha, \psi_1)$.

Figure 4. The values of α^* which maximise $\frac{VaR_\gamma[BE_1^\psi - \mathbb{E}[BE_1^\psi]]}{VaR_\gamma[BE_1 - \mathbb{E}[BE_1]]}$ in the Hertig's lognormal model



Source: own calculations.

We now collect our observations.

Corollary 3.2 Let us consider the model and the assumptions from Theorem 3.1.

1. The emergence pattern formula (2.1) tends to underestimate the true one-year risk in the claims development model (3.1) for high dispersion coefficients ψ_{X_n} , high emergence factors α and low confidence levels γ .

2. *The emergence pattern formula (2.1) tends to overestimate the true one-year risk in the claims development model (3.1) for low dispersion coefficients ψ_{X_n} , low emergence factors α and high confidence levels γ .*

4. Hertig's lognormal model with an arbitrary ultimate loss

Delong and Szatkowski (2019) propose *the multiplicative lognormal emergence pattern formula*:

$$BE_1 = (X_n)^{\tilde{\alpha}^2} e^{\left(1-\tilde{\alpha}^2\right)\left(\tilde{m}+\frac{\tilde{\sigma}^2}{2}\right)+\sqrt{\tilde{\alpha}^2\left(1-\tilde{\alpha}^2\right)}\tilde{\rho}\xi}, \quad (4.1)$$

where $\xi \sim N(0,1)$, and ξ is independent of X_n . The formula (4.1) is a new emergence pattern formula which allocates the ultimate loss with an arbitrary distribution to the best estimate of the ultimate loss.

Theorem 4.1 *Let us assume that the ultimate loss is modelled with $X_n \sim F_{X_n}$ supported on $(0, \infty)$. Let $\mu_{X_n} = \mathbb{E}[X_n]$, $\psi_{X_n} = \frac{SD[X_n]}{\mathbb{E}[X_n]}$ and choose an emergence factor $\alpha \in (0,1)$. We assume that there exists a unique solution $\tilde{\alpha} \in (0,1)$ to the equation*

$$\frac{\mathbb{E}[X_n^{2\tilde{\alpha}^2}]}{\left(\mathbb{E}[X_n^{\tilde{\alpha}^2}]\right)^2} (1 + \psi_{X_n}^2)^{\tilde{\alpha}^2(1-\tilde{\alpha}^2)} = 1 + \alpha^2 \psi_{X_n}^2. \quad (4.2)$$

We set

$$\tilde{m} = \frac{\log(\mu_{X_n}) - \log(\mathbb{E}[X_n^{\tilde{\alpha}^2}]) - (1 - \tilde{\alpha}^4) \frac{\tilde{\sigma}^2}{2}}{1 - \tilde{\alpha}^2},$$

$$\tilde{\sigma}^2 = \log(1 + \psi_{X_n}^2).$$

The emergence pattern of the ultimate loss X_n is described with the formula (4.1). We have the following properties:

1. $\mathbb{E}[BE_1] = \mathbb{E}[X_n^{\tilde{\alpha}^2}] e^{\left(1-\tilde{\alpha}^2\right)\left(\tilde{m} + \frac{\tilde{\sigma}^2}{2} + \frac{\tilde{\alpha}^2 \tilde{\sigma}^2}{2}\right)} = \mathbb{E}[X_n],$
2. $Var[BE_1] = \mathbb{E}[BE_1]^2 \left(\frac{\mathbb{E}[X_n^{2\tilde{\alpha}^2}]}{\mathbb{E}[X_n^{\tilde{\alpha}^2}]^2} e^{\tilde{\alpha}^2(1-\tilde{\alpha}^2)\tilde{p}^2} - 1 \right) = \alpha^2 Var[X_n] < Var[X_n],$
3. $\mathbb{E}[BE_1 - \mathbb{E}[BE_1]]^3 = \left(\frac{\mathbb{E}[X_n^{3\tilde{\alpha}^2}]}{\mathbb{E}[X_n^{\tilde{\alpha}^2}]^3} e^{3\tilde{\alpha}^2(1-\tilde{\alpha}^2)\tilde{p}^2} - 3 \frac{\mathbb{E}[X_n^{2\tilde{\alpha}^2}]}{\mathbb{E}[X_n^{\tilde{\alpha}^2}]^2} e^{\tilde{\alpha}^2(1-\tilde{\alpha}^2)\tilde{p}^2} + 2 \right),$
4. $\mathbb{E}[BE_1 - \mathbb{E}[BE_1]]^4 = \mathbb{E}[BE_1]^4 \left(\frac{\mathbb{E}[X_n^{4\tilde{\alpha}^2}]}{\mathbb{E}[X_n^{\tilde{\alpha}^2}]^4} e^{6\tilde{\alpha}^2(1-\tilde{\alpha}^2)\tilde{p}^2} - \right.$
 $\left. - 4 \frac{\mathbb{E}[X_n^{3\tilde{\alpha}^2}]}{\mathbb{E}[X_n^{\tilde{\alpha}^2}]^3} e^{3\tilde{\alpha}^2(1-\tilde{\alpha}^2)\tilde{p}^2} + 6 \frac{\mathbb{E}[X_n^{2\tilde{\alpha}^2}]}{\mathbb{E}[X_n^{\tilde{\alpha}^2}]^2} e^{\tilde{\alpha}^2(1-\tilde{\alpha}^2)\tilde{p}^2} - 3 \right).$

Proof: The result is taken from Theorem 4.2 in Delong and Szatkowski (2019). We only have to prove the results for the third and the fourth central moment. Due to properties of the lognormal distribution, we have that:

$$\mathbb{E}[BE_1^k] = \mathbb{E}[X_n^{k\tilde{\alpha}^2}] e^{k(1-\tilde{\alpha}^2)\left(\tilde{m} + \frac{\tilde{\sigma}^2}{2}\right) + \frac{1}{2}k^2\tilde{\alpha}^2(1-\tilde{\alpha}^2)\tilde{p}^2} \quad (4.3)$$

The result is proved using the formulas for central moments $\mathbb{E}[BE_1 - \mathbb{E}[BE_1]]^k$ based on the values of the ordinary moments $\mathbb{E}[BE_1^k]$. Due to complicated forms of the third and fourth central moments, skewness and kurtosis have even more complicated forms and are not provided in the paper. ■

As discussed briefly in Delong and Szatkowski (2019), the choice of $\tilde{\sigma}^2$ in Theorem 4.1 is not unique. This choice is motivated with the property that the new emergence pattern formula coincides with the true emergence pattern formula in the Hertig's model if X_n has lognormal distribution. Hence,

we believe that other $\tilde{\sigma}^2$ are not justified in the new emergence pattern formula (4.1). However, we will show that the equation (4.2) may still have multiple solutions of $\tilde{\alpha}$.

In the later subsections we will analyze the behaviour of quantiles of BE_1 and X_n , as well as the skewness and the kurtosis. The latter two may be calculated analytically using Theorem 4.1.

4.1. Gamma distribution of the ultimate loss and solutions to equation (4.2)

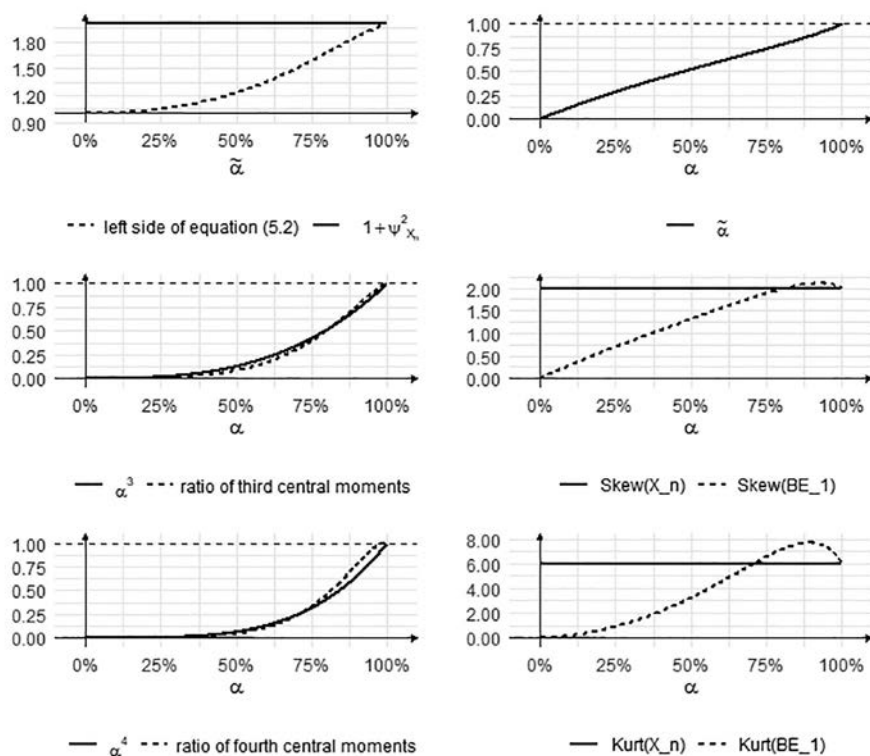
Since gamma distribution has lighter tails than lognormal distribution, from Delong and Szatkowski (2019) we know that for a gamma distribution of the ultimate loss we have that $VaR_\gamma[BE_1 - \mathbb{E}[BE_1]] > VaR_\gamma[X_n - \mathbb{E}[X_n]]$ for $\gamma > \gamma^*$ with some $\gamma^* < 1$. This means that the one-year risk is higher than the ultimate risk for all high confidence levels. This property is surprising since it is a common belief in the actuarial community that the one-year risk should be lower than the ultimate risk, see e.g. AISAM-ACME (2007). We will investigate this behaviour, we focus on the solutions to equation (4.2) and we compare the skewness and the kurtosis of BE_1 and X_n .

Firstly, we consider gamma distribution with $\mu_{X_n} = 1000$ and $\psi_{X_n} = 1$. We start with investigating the solution to equation (4.2). The results are presented in Figure 5. We can see a *standard* behaviour in this case: the left side of the equation (4.2) is lower than the value $1 + \psi_{X_n}^2$ for all $\tilde{\alpha}$, $\tilde{\alpha} \rightarrow 1$ as $\alpha \rightarrow 1$ and the solution $\tilde{\alpha}$ is close to α .

From Figure 5 we can also see that the skewness of BE_1 is higher than the skewness of X_n for high emergence factors α . We check the ratio of the third central moments for BE_1 and X_n and the ratio of the standard deviations to the third power, which is α^3 , in order to get the same dimension as for the third central moment. We can see that the third central moment of BE_1 is always lower than the third central moment of X_n , since the values of the ratio are below 1. For high emergence factors α , the ratio of third central moments for BE_1 and X_n is higher than the respective ratio of the standard deviations.

This leads us to a higher skewness for BE_1 than for X_n . We can also identify that as $\tilde{\alpha}$ converges to 1, the skewness of BE_1 converges to the skewness of X_n . We can notice a similar behaviour for the kurtosis of BE_1 and X_n , with the exception that for a very high α the fourth central moment of BE_1 is already higher than that of X_n .

Figure 5. The solutions to equation (4.2) and the skewness and kurtosis coefficients for gamma ultimate with $\mu_{X_n} = 1000$ and $\psi_{X_n} = 1$

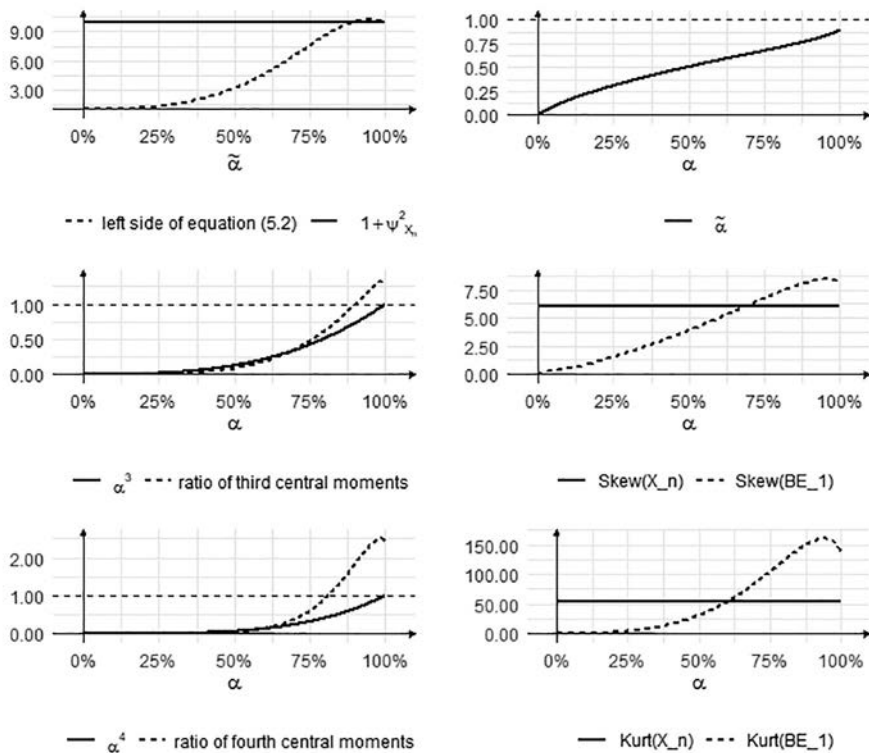


Source: own calculations.

Secondly, we consider gamma distribution with $\mu_{X_n} = 1000$ and $\psi_{X_n} = 3$. This is an example of a very skewed distribution. In this case, looking at Figure 6, we can see a different behaviour of the solution to equation (4.2). The left side of the equation (4.2) exceeds the value $1 + \psi_{X_n}^2$ for $\tilde{\alpha} \approx 85\%$, stays above it

and converges to $1 + \psi_{X_n}^2$. This leads to the situation in which $\tilde{\alpha}$ does not converge to 1 when $\alpha \rightarrow 1$, but converges to $\approx 85\%$. This is caused by the fact, that for higher $\tilde{\alpha}$ values we would receive $\alpha > 100\%$, so $SD[BE_1] > SD[X_n]$, which contradicts the assumption of the emergence factor. In this example we can see that, in general, the interpretation of $\tilde{\alpha}$ should be different than the interpretation of α .

Figure 6. The solutions to equation (4.2) and the skewness and kurtosis coefficients for gamma ultimate with $\mu_{X_n} = 1000$ and $\psi_{X_n} = 3$



Source: own calculations.

From Figure 6 we can see that the skewness of BE_1 is also higher than the skewness of X_n for high emergence factors α , similarly as in Figure 5, however this time we observe a different behaviour. The skewness of BE_1 exceeds the

skewness of X_n for $\alpha \approx 70\%$, and does not converge to the skewness of X_n . This is caused by the mentioned lack of convergence of $\tilde{\alpha}$ to 1. We can identify the same behaviour for the kurtosis of BE_1 .

Summing up, comparing the behaviours of the distribution of BE_1 and X_n we can notice that the standard deviation of BE_1 is lower, but the skewness and the kurtosis can be higher than for X_n . Additionally, we also know that there exists $\gamma^* < 1$ such that $VaR_\gamma[BE_1 - \mathbb{E}[BE_1]] > VaR_\gamma[X_n - \mathbb{E}[X_n]]$ for $\gamma > \gamma^*$. We may interpret it in the way that the deviations around the mean for BE_1 are lower than for X_n , however the extreme realizations take place more frequently for BE_1 than for X_n .

We can collect our observations.

Corollary 4.1 *Let us consider the model and the assumptions from Theorem 4.1 with gamma distribution of the ultimate loss.*

1. *The domain for $\tilde{\alpha}$ does not have to be equal to $(0,1)$.*
2. *We can observe higher skewness and higher kurtosis of BE_1 than X_n for high emergence factors α .*

4.2. Gamma distribution of the ultimate loss and the case when the one-year risk is higher than the ultimate risk

In this section we focus on investigating the high quantiles of BE_1 and X_n and finding the γ^* value, for which $VaR_\gamma[BE_1 - \mathbb{E}[BE_1]] > VaR_\gamma[X_n - \mathbb{E}[X_n]]$ for $\gamma > \gamma^*$. We analyze for which confidence levels γ the one-year risk can be higher than the ultimate risk. The results are presented in Figures 7–8, and they are calculated based on numerical simulations with 10^6 samples of (BE_1, X_n) .

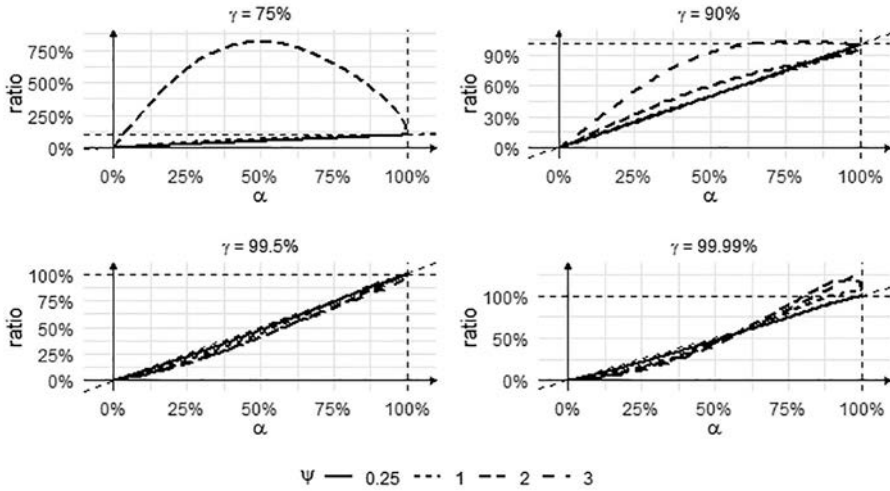
From Figure 7 we can see that the one-year risk can be higher than the ultimate risk for low confidence levels γ . What is more important for insurance applications, the one-year risk can be higher than the ultimate risk for high confidence levels γ and high emergence factors α . This is in line with results from the earlier section, where we notice that a high α leads to a high skewness and kurtosis of BE_1 , which can be higher than the skewness and the

kurtosis of X_n . For $\gamma = 99.5\%$, for none of the presented ψ_{X_n} the one-year risk exceeds the ultimate risk, while for $\gamma = 99.99\%$ the one-year risk exceeds the ultimate risk for $\psi_{X_n} = 1, 2, 3$ and some high α . Based on this observation, as the next step, we investigate the minimal confidence level γ^* above which the one-year risk is always higher than the ultimate risk, for $\alpha \geq 90\%$ and $\psi_{X_n} \geq 1$.

Figure 7: The ratios $\frac{VaR_\gamma[BE_1 - \mathbb{E}[BE_1]]}{VaR_\gamma[X_n - \mathbb{E}[X_n]]}$ in the model where $X_n \sim \text{gamma}$ with

$$\mu_{X_n} = 1000 \text{ and } \psi_{X_n} = \frac{SD[X_n]}{\mathbb{E}[X_n]} \text{ and } BE_1|X_n \text{ comes from the Hertig's}$$

lognormal model

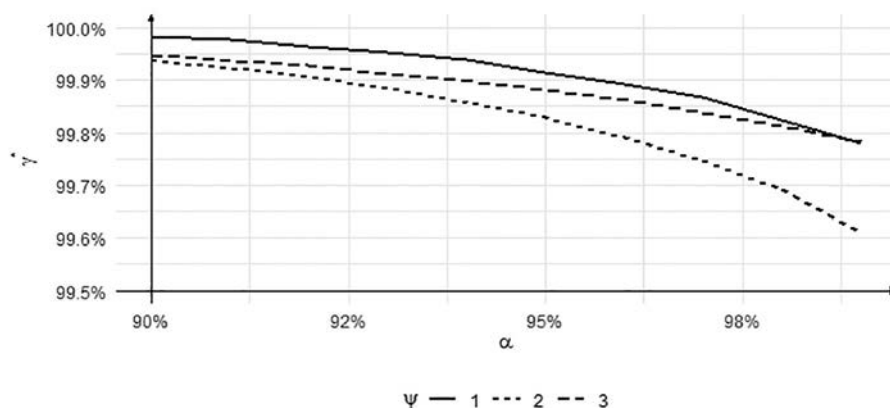


Source: own calculations.

We can notice that the value of γ^* is a decreasing function of α . This means that the higher the emergence factor α , the heavier the tails of BE_1 compared to X_n and the one-year risk can be higher than the ultimate risk at lower confidence levels. Additionally, we can also see that the minimal confidence levels γ^* are greater than 99.5% in our example. Let us recall that in Solvency II, insurance companies have to use the Value-at-Risk measure

and the confidence level 99.5%. Yet, in practice, for different purposes, the capital is sometimes calculated at confidence levels much higher than 99.5%.

Figure 8. The values of γ^* in the model where $X_n \sim \text{gamma}$ with $\mu_{X_n} = 1000$ and $\psi_{X_n} = \frac{SD[X_n]}{\mathbb{E}[X_n]}$ and $BE_1|X_n$ comes from the Hertig's Lognormal model



Source: own calculations.

4.3. Pareto distribution of the ultimate loss and solutions to the equation (4.2)

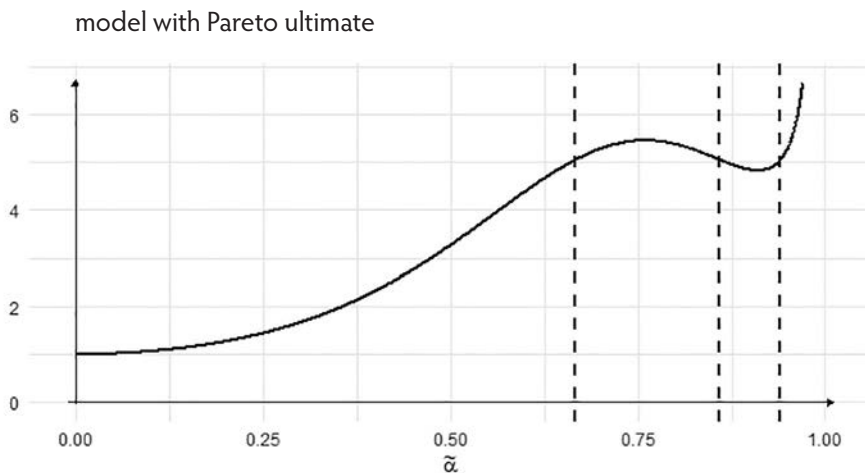
In this chapter we will consider a $X_n \sim \text{Pareto}(x_0, \theta)$ with a following cumulative distribution function

$$1 - F(x) = x_0^\theta x^{-\theta}, \quad x > x_0 > 0.$$

We will consider a situation where $x_0 = 1$. The tail index of Pareto distribution is equal to θ . It turns out that for Pareto distribution, finding a unique solution to (4.2) is not always be possible. For tail indices close to 2, it might happen that we have multiple $\tilde{\alpha}$ values which fulfill the equation (4.2).

Figure 9 presents such an example. For $\theta = 2.001$ and $\alpha = 0.09$ we have three different possible solutions to (4.2): $\tilde{\alpha}_1 \approx 0.666$, $\tilde{\alpha}_2 \approx 0.860$, $\tilde{\alpha}_3 \approx 0.939$. This example also shows that $\tilde{\alpha}$ can be significantly different from α . We can see that the shape of the left side of equation (4.2) is strongly dependent on the characteristics of the ultimate loss distribution. For Pareto ultimate with parameter $\theta = 2.001$ this function is non-monotonic with two changes of monotonicity, while for LogNormal ultimate it is a strictly increasing function. The different parameters of $\tilde{\alpha}$ will lead us to three different parameters $\tilde{m}$, however the $\tilde{\sigma}$ parameter will stay the same as it depends only on the coefficient of variation of X_n . In this situation we can parameterize three different conditional distributions of BE_1 using the multiplicative lognormal emergence pattern formula, however all of them will result in the same mean and standard deviation.

Figure 9. The values of $\frac{\mathbb{E}[X_n^{2\tilde{\alpha}^2}]}{(\mathbb{E}[X_n^{\tilde{\alpha}^2}])^2} (1 + \psi_{X_n}^2)^{\tilde{\alpha}^2(1-\tilde{\alpha}^2)}$ in the Hertig's lognormal



Source: own calculations.

Delong and Szatkowski (2019) proved that, in a claims development model with the emergence pattern of the ultimate loss given by (4.1), the

tail index of the Pareto-type distribution of the true one-year risk is higher than the tail index of the Pareto-type distribution of the ultimate risk. More precisely, if X_n has a Pareto-type distribution with tail index θ , then BE_1 has a Pareto-type distribution with tail index $\theta / \tilde{\alpha}^2 > \theta$. The comparison of the tail indices can be found in Table 1. We can observe that the tail index of BE_1 can significantly increase compared to the tail index of X_n for low emergence factors α . Consequently, the one-year risk can be very low compared to the ultimate risk for low emergence factors α .

Table 1. Tail indices of BE_1 if $X_n \sim \text{Pareto}(1, \theta)$ and $BE_1 | X_n$ comes from the Hertig's Lognormal model

$\theta / \tilde{\alpha}^2$	$\alpha = 15\%$	$\alpha = 50\%$	$\alpha = 85\%$
$\theta = 2.5$	80.5	6.1	2.7
$\theta = 5$	213.4	17.9	6.3
$\theta = 10$	439.8	38.2	13.2

Source: own calculations.

5. Conclusion

We have studied the relation between one-year premium risk and ultimate premium risk. We have provided additional insight and information to the work by Delong and Szatkowski (2019) and investigated new properties of the one-year premium risk vs. the ultimate premium risk. We have found parameters of distributions for which the emergence pattern formula, which is often used in practice, under and overestimates the true one-year risk and calculated the misestimation errors. We have discussed the role of the key parameters for the distribution of the one-year risk. We have also compared the skewness and the kurtosis of the one-year and the ultimate losses. In the next research we will investigate the relation between one-year reserve risk and ultimate reserve risk.

Bibliography

- Bird C., Cairns M. (2011). *Practical Experiences of Modelling One-Year Risk Emergence*. GIRO Conference and Exhibition 2011.
- Delong Ł., Szatkowski M. (2019). *One-Year Premium Risk and Emergence Patterns of the Ultimate Loss Based on Conditional Distributions*. Working paper.
- England P., Cairns M., Scarth R. (2012). *The 1 Year View of Reserving Risk: the “Actuary-in-the-Box” vs. Emergence Patterns*. GIRO Conference and Exhibition 2012.
- Hertig J. (1985). *A Statistical Approach to IBNR-Reserves in Marine Reinsurance*, „ASTIN Bulletin”, vol. 15, p. 171–183.
- Wüthrich M.V., Merz M. (2008). *Stochastic Claims Reserving Methods in Insurance*. John Wiley & Sons Ltd, Chichester.

Internet sources

- AISAM-ACME Study on Non-Life Long Tail Liabilities: Reserve Risk and Risk Margin Assessment under Solvency II, <https://www.amice-eu.org/> [access: 10.02.2020].
- Dal Moro E., Krvavych Y. (2016). *Probability of Sufficiency of Solvency II Reserve Risk Margins: Practical Approximations*. Submitted to ASTIN Bulletin, <https://ssrn.com/abstract=2652088> [access: 10.02.2020].

Rozdział 7

BADANIE LOJALNOŚCI KLIENTÓW WZGLĘDEM MARKI Z WYKORZYSTANIEM MARKOV SET-CHAINS

1. Wstęp

Lojalność klientów wobec marki jest jednym z najszerzej dyskutowanych problemów na gruncie marketingu. Wiele prac zarówno o charakterze teoretycznym, jak i praktycznym analizuje ten problem (Skowron, Gąsior, 2017). Najczęściej jest to klasyfikacja i typologia przywiązania do marki lub odejść od niej. Drugim nurtem badawczym nawiązującym do pierwszego jest pomiar lojalności i konstrukcja wskaźników (Drapińska, 2013; Kozielski, 2011). Trzecim nurtem jest badanie narzędzi i propozycja działań przywiązujących klientów do marki lub zmiany ich nastawienia na świadome trwanie przy marce bądź działań przyciągnięcia do niej nowych klientów. We wszystkich tych zagadnieniach model łańcucha Markowa może być zastosowany jako użyteczne narzędzie modelowe. Literatura w tym zakresie jest dość bogata

(Bairagi, Kakaty, 2016; Lily, Kek, Sufahani, Sim, 2017; Umoh, Awa, Ebitu, 2013; Rószkiewicz, 2002). W Szkole Głównej Handlowej zagadnienia te były wciąż obecne w badaniach naukowych (Decewicz, 2012; Rószkiewicz, 2002). W niniejszym artykule uwaga skupiona zostanie na wykorzystaniu uogólnionych łańcuchów Markowa do badania lojalności w rozumieniu wskaźników przywiązania i rezygnacji z marki.

2. Lojalność klienta i wskaźniki lojalności

Pojęcie lojalności klientów, mimo że powszechnie rozumiane i wykorzystywane, to jednak jest dość skomplikowane w swojej naturze. Wielość podejść ma swoje odzwierciedlenie w trudności pomiaru. Zwykle lojalność klienta rozumie się jako powtórzone zakupy dóbr czy usług jednej marki bez rozważania możliwości nabycia równoważnego dobra lub usługi innej marki (Newman, Weber, 1973). Często lojalność klienta rozumiana jest jako poczucie przywiązania do produktu lub usługi. Z punktu widzenia przedsiębiorstwa produkcyjnego lub usługowego dominuje rozumienie lojalności klientów jako utrzymująca się gotowość do ponownych zakupów w przyszłości. Gotowość ta jest być może skutkiem emocjonalnej postawy wobec dóbr i usług związanych z dostawcą. Mogą oczywiście oddziaływać inne czynniki. To behawioralne podejście pozwala na pomiar lojalności z punktu widzenia dostawcy (lojalność wobec punktu dostaw), producenta czy samego typu produktu lub usługi. Lojalność w takiej sytuacji wiąże się bezpośrednio z satysfakcją klienta. Przyjmuje się, że satysfakcja klienta kreuje jego gotowość ponownych zakupów.

Sformułowanie „ponowne zakupy” ma bardzo wiele znaczeń i w różnym stopniu odnosi się do typów produktów i usług. Ma to silny związek z zachowaniem się klientów w kolejnych okresach prowadzonych obserwacji marketingowych. Typowymi przykładami mogą być sytuacje:

1. Cyklicznie nabywana jednostka produktu lub usługi w kolejnych okresach – np. ubezpieczenie roczne w określonej firmie ubezpieczeniowej.

2. Produkty nabywane regularnie w kolejnych okresach w różnej ilości (nie-jednorodne spożycie w kolejnych okresach) – np. produkty spożywcze określonego producenta, odzież markowa itp.
3. Produkty trwałego użytku nabywane niecyklicznie (kolejny zakup po zużyciu moralnym lub fizycznym) – samochód określonej marki, komputer określonej marki itp.

Lista ta nie wyczerpuje wszystkich typów produktów i zachowań konsumenckich. Ma ona na celu zwrócenie tylko uwagi na złożoność problemu konstrukcji wskaźnika lojalności.

Wskaźniki lojalności budowane są najczęściej na podstawie regularnych badań marketingowych. Jednym z nich jest wskaźnik CSI (*Customer Satisfaction Index*) uwzględniający zadowolenie klienta z atrybutów produktu. Wymaga on zaawansowanych badań marketingowych. Do tej grupy należą też wskaźniki ACSI, EPSI oraz inne uwzględniające oczekiwania klienta, postrzeganie przez niego wartości produktu, reklamacje i inne.

Drugą grupę wskaźników stanowią indeksy budowane na założeniu występowania satysfakcji klientów deklarujących chęć nabycia produktu. Do nich należy m.in. behawioralny wskaźnik CLR (*Customer Loyalty Ratio*).

$$CLR = \frac{\text{liczba klientów deklarujących chęć zakupu}}{\text{liczba badanych}}. \quad (1)$$

W tak skonstruowanym wskaźniku uwzględnia się deklaracje bezwarunkowe bądź warunkowe, co prowadzi do rozróżnienia między wskaźnikami standardowymi czy wzmocnionymi. Wskaźnik ten uwzględnia tylko chęć zakupów, a nie przywiązanie do marki.

Z punktu widzenia niniejszego rozdziału właściwym wskaźnikiem jest wskaźnik wyrażający długookresowy udział w rynku. Oparty jest on na idei łańcuchów Markowa lub na prostej zależności (Rószkiewicz, 2002):

$$u_t = \alpha u_{t-1} + \beta (1 - u_{t-1}), \quad (2)$$

gdzie: u_t jest udziałem marki w rynku a α i β są odpowiednio wskaźnikiem lojalności i wskaźnikiem przyciągania. Jeśli przyjąć równowagę w długim okresie, tzn. $u_t = u_{t-1}$,

to wskaźnik długookresowego udziału w rynku ma postać:

$$\text{Długookresowy udział w rynku} = \frac{\beta}{(1-\alpha)+\beta}. \quad (3)$$

Jednorodny łańcuch Markowa jako model przywiązania do marki

Rozważanie zachowania pojedynczego klienta, który dokonuje wyborów między produktami określonych marek bądź rezygnuje w następnym okresie (np. ze względu na typ produktu) z jego nabycia, możemy traktować jako losowe. Nie wnikamy w tym przypadku w przyczyny, a jedynie w samo zachowanie. Jeśli decyzja o ponownym zakupie określonej marki zależy tylko od decyzji w poprzednim i stanu satysfakcji z tej decyzji, to najlepszym narzędziem jest jednorodny łańcuch Markowa. Łańcuch Markowa jako proces stochastyczny, dyskretny w przestrzeni stanów $\{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ oraz dyskretny w czasie $\{t = 1, 2, 3, \dots\}$, może stać się narzędziem zastosowanym do analizy zachowań konsumentów dla różnego typu produktów nabywanych przez jednorodną grupę tychże konsumentów.

Idea łańcuchów Markowa przedstawiona jest w wielu podręcznikach, monografiach dotyczących procesów stochastycznych, a także monografiach dotyczących specjalnych zagadnień technicznych lub ekonomicznych, w których są wykorzystywane (Jakubowski, Sztencel, 2001; Koźniewska, Włodarczyk, 1978; Iosifescu, 1988; Kemeny, Snell, 1960; Podgórska, Śliwka, Topolewski, Wrzosek, 2002; Ching, Ng, 2006; Decewicz, 2010). Proces ten opisuje podstawowe równanie:

$$\bar{d}_t = \bar{d}_{t-1} \cdot P, \quad (4)$$

gdzie: $\bar{d}_t$ jest wektorem bezwarunkowego rozkładu według stanów w chwili t , a P macierzą prawdopodobieństw warunkowych zwanych prawdopodobieństwami przejścia w jednym kroku. Własności tak rozumianego procesu

stochastycznego są całkowicie określone przez własności macierzy prawdopodobieństw przejść $\mathbf{P}$.

Rozważmy trzy stany:

S_1 – klient nabywa produkt marki M ,

S_2 – klient nabywa produkt innej marki niż M ,

S_3 – klient nie nabywa produktu.

Odpowiednia macierz przejścia ma postać:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p & p_1 & p_0 \\ q_1 & q & q_0 \\ r_1 & r_2 & r \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Parametry tak skonstruowanej macierzy przejścia są łatwe w interpretacji z punktu widzenia firmy związanej z marką M :

p – wskaźnik lojalności nabywców badanej marki,

q – wskaźnik lojalności nabywców innych marek,

p_0 – wskaźnik odejścia od produktu,

q_1 – wskaźnik przyciągania badanej marki w zbiorze klientów produktu,

r_1 – wskaźnik przyciągania nowych nabywców produktu do badanej marki.

Jeśli $r = 1$, to przy niezerowych współczynnikach p_0 i q_0 łańcuch staje się pochłaniający. Rószkiewicz (2002), autorka wspomnianego wyżej wskaźnika długookresowego, proponuje użycie uogólnionej wersji indeksu opartego właśnie na pochłaniających łańcuchach Markowa, w których uwzględnia się wiele marek oraz ideę odejścia od produktu. Sens takiego podejścia jest tylko dla krótkiego okresu. Uogólniony wskaźnik długookresowego udziału w rynku ma postać:

$$d = \frac{(1-q)(1-r)}{(1-p)(1-q) + p_1r_1 + q_1r_2 + r_1(1-p) + r_2(1-q) - p_1q_1}. \quad (6)$$

Wskaźnik ten w przypadku, gdy $p_0 = q_0 = r = 0$ bez względu na wskaźniki przyciągania nowych nabywców (r_1 i r_2) w pierwszym okresie, sprowadza się do wskazanego przez Rószkiewicz (2002) wskaźnika długookresowego udziału w rynku.

4. Łańcuchy Markowa typu Markov Set-Chains

W większości analiz empirycznych, także w przypadku analiz marketingowych, wykorzystuje się koncepcję łańcuchów jednorodnych. Założenie takie możliwe jest do przyjęcia w krótkim okresie. Ponadto trzeba mieć świadomość nieprecyzyjności oszacowanych współczynników macierzy prawdopodobieństw przejść. Propozycja zmieniających się funkcyjnie parametrów macierzy przejścia nie zawsze jest możliwa do zastosowania. Wnikając w przyczyny zmian postaw konsumenckich, należałoby zastosować niejednorodne łańcuchy Markowa ze zmiennymi parametrami jako funkcjami od określonych czynników-przyczyn (MacRae, 1977; Stawicki, 2004). Modele oparte na koncepcji Markov-Set Chains wprowadził D.J. Hartfiel (1998). W polskojęzycznej literaturze teoria ta spotkała się także z zainteresowaniem (Decewicz, Gyczew, 2001; Niemiec, 2007; Stawicki, 2004). Podstawą wspomnianej teorii jest przyjęcie założenia, że macierz przejścia w każdym kroku pochodzi ze zbioru macierzy stochastycznych określonego przez przedziały macierzowe, w jakich mogą zmieniać się poszczególne jej elementy. Struktura wyjściowa jest określona jako przedział wektorowy; struktury w kolejnych okresach są zbiorami wypukłymi i mogą być przybliżone przedziałami wektorowymi.

Przez stochastyczny przedział wektorowy $[\bar{p}, \bar{q}]$ w przestrzeni R^n , gdzie: $\bar{q} \geq \bar{p} \geq \bar{0}$ rozumie się zbiór wektorów:

$$[\bar{p}, \bar{q}] = \{\bar{x} \in R^n; \bar{p} \leq \bar{x} \leq \bar{q}\}, \quad (7)$$

przy czym: $\sum_i x_i = 1$.

Stochastyczny przedział wektorowy jest wielościanem wypukłym. W przypadku wektorów z przestrzeni R^2 jest to odcinek, który w szczególnym przypadku sprowadza się do punktu. W przypadku przestrzeni R^3 jest to wielokąt wypukły o maksymalnie sześciu kątach. Może on być zredukowany do odcinka lub w szczególnym przypadku do punktu. Punkt otrzymujemy wówczas, gdy $\bar{p} = \bar{q}$.

Każdy stochastyczny przedział wektorowy może być przedstawiony w postaci przedziału $[\bar{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{q}}]$ napiętego.

Przedział nazywa się napiętym, jeśli wszystkie współrzędne wektora $\bar{\mathbf{p}}$ oraz wektora $\bar{\mathbf{q}}$ są napięte. Dla współrzędnych tych wektorów spełnione są warunki:

$$p_i = \min_{x \in [\bar{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{q}}]} \{x_i\},$$

$$q_j = \max_{x \in [\bar{\mathbf{p}}, \bar{\mathbf{q}}]} \{x_j\}.$$

Dowolnemu przedziałowi stochastycznemu odpowiada równoważny mu przedział stochastyczny napięty.

W podobny sposób określa się stochastyczne przedziały macierzowe $[\mathbf{P}, \mathbf{Q}]$, gdzie: $\mathbf{P} = [p_{ij}]$ $\mathbf{Q} = [q_{ij}]$ są macierzami kwadratowymi stopnia n oraz $\mathbf{Q} \geq \mathbf{P} \geq 0$. Stochastycznym przedziałem macierzowym nazywa się zbiór macierzy:

$$[\mathbf{P}, \mathbf{Q}] = \{\mathbf{A}; \mathbf{P} \leq \mathbf{A} \leq \mathbf{Q}\}, \quad (8)$$

gdzie: $\mathbf{A} = [a_{ij}]$ jest macierzą stochastyczną.

Dla stochastycznych przedziałów macierzowych określa się w podobny sposób jak dla przedziałów wektorowych napięcie przedziału.

Przez łańcuch Markowa rozumiany jako Markov Set-Chain rozumie się ciąg zbiorów macierzowych:

$$\mathbf{M}, \mathbf{M}^2, \mathbf{M}^3, \dots, \mathbf{M}^k, \dots,$$

gdzie: $\mathbf{M}$ jest zbiorem macierzy stochastycznych, natomiast $\mathbf{M}^k$ jest zbiorem określonym następująco:

$$\mathbf{M}^k = \{\mathbf{A}; \mathbf{A} = \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{A}_2 \cdot \dots \cdot \mathbf{A}_k\},$$

gdzie: $\forall_i \mathbf{A}_i \in \mathbf{M}$

Symbolicznie możemy to zapisać w postaci następującej formuły:

$$\mathbf{S}_1 = \mathbf{S}_0 \cdot \mathbf{M}, \quad (9)$$

gdzie: $\mathbf{S}_1$ oznacza zbiór wektorów stochastycznych otrzymanych z dowolnego wektora stochastycznego ze zbioru początkowego $\mathbf{S}_0$ pomnożonego przez dowolną macierz stochastyczną ze zbioru $\mathbf{M}$.

Przedziałowy łańcuch Markowa jest zatem niejednorodnym łańcuchem, gdzie macierze w kolejnych krokach są dowolnymi macierzami ze zbioru $\mathbf{M}$. Proponowane są trzy metody wyznaczania zbioru $\mathbf{S}_1$: metoda wyznaczania wierzchołków, metoda Hi-Lo oraz symulacyjna metoda Monte Carlo (Hartfiel, 1998; Samuels, 2001). Metody te są opisane i z dobrym skutkiem eksploatowane.

5. Model przywiązania do marki jako Markov Set-Chain

Przedstawiony w podrozdziale 2 współczynnik długookresowego przywiązania do marki, w sytuacji gdy macierz przejścia jest nieprecyzyjna i zmienia się w kolejnych okresach, wymaga nowego spojrzenia w świetle koncepcji Markov Set-Chains. Najprostszym sposobem byłoby przyjęcie postaci wskaźnika d przedstawionego w podrozdziale 2, przy czym parametry macierzy są w tym przypadku przedziałami stochastycznego przedziału macierzowego napiętego:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \underline{p} & \underline{p}_1 & \underline{p}_0 \\ \underline{q}_1 & \underline{q} & \underline{q}_0 \\ \underline{r}_1 & \underline{r}_2 & \underline{r} \end{bmatrix} \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \overline{p} & \overline{p}_1 & \overline{p}_0 \\ \overline{q}_1 & \overline{q} & \overline{q}_0 \\ \overline{r}_1 & \overline{r}_2 & \overline{r} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Wskaźnik jest w tym przypadku przedziałem informującym o możliwych wartościach indeksu długookresowego udziału w rynku. Sugestia, by wykorzystać najprostszy sposób działań na przedziałach (Moore, 1966), nie jest zasadna ze względu na konieczność napięcia stochastycznych przedziałów macierzy:

$$\mathbf{M}, \mathbf{M}^2, \mathbf{M}^3, \dots, \mathbf{M}^k, \dots$$

Zatem jedynym sposobem jest zastosowanie techniki poszukiwania dolnych i górnych ograniczeń tych macierzy (Hartfiel, 1998).

Pozostaje do rozwiązania problem szacowania wyjściowych przedziałów macierzy prawdopodobieństw przejść. W literaturze problem ten jest rozwiązywany różnie, np. dla macierzy w systemie bonus-malus proponuje się wyjść od przedziału współczynnika szkodowości (Niemiec, 2007). W badaniach technicznych i przyrodniczych proponuje się szacowanie macierzy dla każdego eksperymentu i poszukiwanie wartości najmniejszych i największych dla każdego elementu macierzy (Samuels, 2001), biorąc pod uwagę oszacowane macierze przejścia dla poszczególnych eksperymentów (próbek). Ten sposób jest możliwy w badaniach marketingowych – należałoby z całej próby generować niezależne podpróby i szacować klasyczne macierze przejścia.

Innym sposobem jest uwzględnienie często używanej klasyfikacji klientów ze względu na stopień przywiązania do marki (np. partnerzy, zwolennicy, stali klienci, okazjonalni, potencjalni, prawdopodobni). Ocena takich grup i ich stopnia lojalności może być podstawą tworzenia przedziału macierzowego, określając minimalną wartość jako procent partnerów a maksymalną jako łączna liczba (ważona) pozostałych grup. Analizę takich grup na podstawie literatury oraz badań przedstawionych jest w wielu opracowaniach (Studzińska, 2015).

Grupy lojalnościowe na podstawie ich stosunku do usługodawcy czy producenta oraz siły związku są różnie nazywane, w zależności od kryteriów podziału czy stopnia zaangażowania w relacje długookresowe. W pracy Cichonia (2006) pojawiają się takie nazwy grup, jak: zewnętrznie motywowani, złapani w pułapkę, wyścigowcy, flegmatycy, bystrzaki i inne. Badania nad lojalnością klientów detalicznych w Polsce były prowadzone m.in. przez Furtaka (2003) na grupie 470 indywidualnych klientów banków w Polsce. Profile lojalnościowe określono na podstawie dwóch zmiennych – poziomu przywiązania i prawdopodobieństwie kontynuowania relacji:

- adwokaci (40%) – cenna grupa klientów silnie przywiązana do usługodawcy wpływa pozytywnie na prawdopodobieństwo kontynuowania związku (lojalność prawdziwa);

- bierni (30%) – klienci nie czują się przywiązani, zamierzają nadal korzystać z usług przedsiębiorstwa (lojalność pozorna);
- tymczasowi (25%) – konsumenci, którzy zamierzają zmienić usługodawcę, będą korzystać z usług obecnego dostawcy dopóty, dopóki nie znajdą bardziej atrakcyjnej oferty;
- zdrajcy (5%) – istnieje niewielkie prawdopodobieństwo, że wysokiemu stopniowi przywiązania nie towarzyszy kontynuowanie więzi; w większości wypadków klienci są zadowoleni z relacji z firmą, ale na skutek różnych przyczyn (np. zmiana miejsca zamieszkania) nie mogą korzystać z usług przedsiębiorstwa.

Określone w ten sposób prawdopodobieństwa mogą stać się podstawą tworzenia przedziału macierzowego.

6. Przykład wskaźnika przywiązania do marki

Poniżej przedstawione są dwa przykłady. Oba dotyczą niewielkiej próby i niemającej charakteru reprezentatywnego. Odgrywają rolę ilustracji wykorzystania określonych danych marketingowych i metodologii łańcuchów Markowa. Istotą jest zastosowanie Markov Set-Chains. Przykład pierwszy dotyczy przywiązania do marki komputera¹ w grupie studentów. Badanie na próbie 60 osób dotyczyło posiadania określonej marki laptopa. Należało podać informację o zakupie laptopa (rok zakupu) i jego marki² w ostatnich 10 latach. Odpowiedź przedstawiona w postaci historii zakupów sprzętu. Taki sposób zbierania informacji jest zasadny w badaniu gromadzenia dóbr trwałego użytku przez gospodarstwa domowe. Przykładowa jednostkowa informacja przedstawiona jest poniżej.

¹ Badania tego zjawiska są dość częste. Przykładem jest praca Lily i in., 2017.

² Badanie dotyczyło marek laptopów: Acer, Asus, Dell, Lenovo oraz ostatnia grupa – inne. Dla potrzeb niniejszego rozdziału wybrano tylko jedną markę oznaczoną jako M oraz pozostałe marki oznaczone jako I.

	zakup M	zakup I
2010	M	
2011		
2012		
2013	M	
2014		
2015		I
2016		
2017		
2018	M	
2019		
2020		

Jako model przyjęto przedstawiony wcześniej model łańcucha Markowa z macierzą przejścia w formie:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p & p_1 & p_0 \\ q_1 & q & q_0 \\ r_1 & r_2 & r \end{bmatrix}.$$

Parametry p_0 oraz q_0 nie mierzą odejścia z rynku, a przejście w stan eksploatacji zakupionego sprzętu. Parametr r jest parametrem użytkowania zakupionego sprzętu.

Dla potrzeb określenia macierzy dolnej $\mathbf{P}$ i górnej $\mathbf{Q}$ wygenerowano 100 podprób 35 elementowych i dla każdej oszacowano macierze przejścia, ustalając w ten sposób najniższe i najwyższe wartości³. Otrzymane macierze poddano algorytmowi napięcia wierzchołków. Macierzami tymi są:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0,03 & 0,09 & 0,52 \\ 0,02 & 0,23 & 0,68 \\ 0,02 & 0,07 & 0,62 \end{bmatrix} \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0,15 & 0,38 & 0,71 \\ 0,05 & 0,27 & 0,74 \\ 0,15 & 0,28 & 0,90 \end{bmatrix}.$$

³ Autor posiada świadomość zależności prób. Ze względu na niewielkie rozmiary badania i ich przyczynkowy charakter konieczne stało się poszukiwanie możliwie precyzyjne przedziału macierzowego.

Macierze górnej i dolnej granicy mają postać:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0,044 & 0,218 & 0,642 \\ 0,044 & 0,218 & 0,642 \\ 0,044 & 0,218 & 0,642 \end{bmatrix} \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0,112 & 0,247 & 0,731 \\ 0,115 & 0,247 & 0,731 \\ 0,115 & 0,247 & 0,731 \end{bmatrix}.$$

Wynik ten sugeruje, że w długim okresie współczynnik przywiązania do marki M wynosi od 0,044 do 0,112. Analiza udziału w rynku (zakupy laptopa) każe stwierdzić, że w długim okresie można oczekiwać wahania się w granicach od 15% do 34%.

Drugi przykład dotyczy przywiązania do marki usługi obowiązkowego ubezpieczenia komunikacyjnego. Coraz częściej w sprawozdaniach i opracowaniach na temat rynku ubezpieczeń pojawiają się informacje o udziale w rynku w postaci przedziałów⁴. Udział ten dotyczy składki brutto dla ubezpieczeń OC oraz liczby ubezpieczonych w danym okresie. Podawane wielkości nie dają wektora napiętego. Dla r ubezpieczonych w 2016 roku po zastosowaniu algorytmu napięcia wektora, uwzględniając firmy: Hestię, PZU, Wartę i pozostałych ubezpieczycieli, przedstawia się następująco:

$$\underline{p} = \begin{bmatrix} 10 & 30 & 20 & 10 \end{bmatrix},$$

$$\bar{p} = \begin{bmatrix} 20 & 40 & 30 & 30 \end{bmatrix}.$$

Prezentacja takich danych wymusza posługiwanie się łańcuchami Markowa typu Markov Set-Chains.

W prezentowanym niżej przykładzie obserwowano prosty system dwustanowy:

S_1 – ubezpieczenie w firmie X ,

S_2 – ubezpieczenie w firmie innej niż X .

⁴ Zob. *Raport z badania rynku ubezpieczeń komunikacyjnych*, Urząd Ochrony Konkurencji i Konsumentów, Departament Analiz Rynku, 2018.

Oszacowana macierz na niewielkiej próbie jednego z oddziału firmy ubezpieczeniowej pozwala oszacować macierz przejścia:

$$P = \begin{bmatrix} 0,96 & 0,04 \\ 0,03 & 0,97 \end{bmatrix}.$$

Wartość długookresowego współczynnika lojalności dla tej sytuacji wynosi 0,428.

Władze spółki określiły przedział klientów lojalnych jako [88%; 98%] oraz szanse na pozyskanie nowych klientów dotychczas ubezpieczających się w innych firmach w przedziale [2%; 8%]. Wówczas współczynnik długookresowej lojalności zawiera się w przedziale [0,143; 0,75].

Polityka, jaką może firma prowadzić, to zwiększenie bieżącej lojalności klientów lub/ oraz pozyskanie nowych klientów. Wymaga to szczegółowej analizy typów lojalności oraz kosztów utrzymania dotychczasowych klientów oraz kosztów pozyskania nowych klientów ubezpieczających się w dotychczas w innych firmach.

7. Podsumowanie i kierunki dalszych badań

Analiza przedstawiona w artykule pozwala wyciągnąć zasadniczy wniosek o zasadności stosowania łańcuchów Markowa w ich klasycznej postaci, a także w postaci Markov Set-Chains jako narzędzia badania przywiązania klientów do marki. Oszacowane modele Markowa w obu wersjach wymagają wykonania kolejnego kroku, jakim jest zastosowanie narzędzia w postaci decyzyjnych łańcuchów Markowa. Modele na gruncie marketingu były już stosowane (Ching, Ng, 2006; Decewicz, 2010) zarówno w klasycznym ujęciu, jak i w odniesieniu do długookresowej wartości klienta.

Bibliografia

- Bairagi A., Kakaty S.Ch. (2016). *Analysis of Brand Loyalty using Homogeneous Markov Model*, „IOSR Journal of Economics and Finance”, vol. 7, issue IV, s. 6–9.
- Cichoń M. (2006). *Zadowolenie klienta z usług bankowych*, „Problemy Jakości”, vol. 6, s. 45–47.
- Ching W., Ng M.K. (2006). *Markov Chains: Models, Algorithms and Applications*, SpringerScience+Business Media, Inc.
- Decewicz A. (2012). *Modelowanie CLV przy użyciu łańcucha Markowa – wykorzystanie danych panelowych*, „Roczniki Kolegium Analiz Ekonomicznych – Szkoła Główna Handlowa”, vol. 27, s. 13–26.
- Decewicz A. (2010). *Probabilistyczne modele badań operacyjnych*, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa.
- Decewicz A., Gyczew A. (2001). *Wprowadzenie do teorii i zastosowań Markov-Set Chains*, SGH, praca niepublikowana.
- Drapińska A. (2013). *Pomiar lojalności klientów – wybrane wskaźniki*, „Polityki Europejskie, Finanse i Marketing”, vol. 9(58), s. 125–136.
- Furtak R. (2003). *Marketing partnerski na rynku usług*, Warszawa: PWE.
- Hartfiel D.J. (1998). *Markov Set-Chains*, Berlin–Heidelberg: Springer–Verlag.
- Iosifescu M. (1988). *Skończone procesy Markowa i ich zastosowania*, Warszawa: PWN.
- Jakubowski R., Sztencel R. (2001). *Wstęp do teorii prawdopodobieństwa*, Warszawa: SCRIPT.
- Kemeny J.G., Snell J.L. (1960). *Finite Markov Chains*, New York: Springer-Verlag.
- Kozielski R. (red.) (2011). *Wskaźniki marketingowe*, Warszawa: Wolters Kluwer Polska.
- Koźniewska I., Włodarczyk M. (1978). *Modele odnowy, niezawodności i masowej obsługi*, Warszawa: PWN.
- Lily Y.M., Kek S.L., Sufahani S., Sim S.Y. (2017). *Forecasting Market Share on Laptop Brands for University Students Using Markov Chain*, „International Journal of Application or Innovation in Engineering & Management”, vol. 6(6).
- MacRae E.C. (1977). *Estimation of Time-Varying Markov Processes with Aggregate Data*, „Econometrica”, vol. 45(1), s. 183–198.
- Moore R.E. (1966). *Interval Analysis*, Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, s. 188–194.
- Newman J.W., Weber R.A. (1973). *Analysis of Brand Loyalty for Major Household Appliances*, „Journal of Marketing Research”, vol. 1, s. 404–409.

- Niemiec M. (2007). *Bonus-Malus Systems as Markov Set-Chains*, „ASTIN Bulletin”, vol. 37(1), s. 53–65.
- Podgórska M., Śliwka P., Topolewski M., Wrzosek M. (2002). *Łańcuchy Markowa w teorii i zastosowaniach*, Warszawa: Oficyna Wydawnicza SGH.
- Raport z badania rynku ubezpieczeń komunikacyjnych*, Urząd Ochrony Konkurencji i Konsumentów Departament Analiz Rynku, 2018.
- Rószkiewicz M. (2002). *Narzędzia statystyczne w analizach marketingowych*, Warszawa: Wydawnictwo C.H. Beck.
- Skowron Ł., Gąsior M. (2017). *Motywacja pracownika a satysfakcja i lojalność klienta*, Warszawa: Difin.
- Stawicki J. (2004). *Wykorzystanie łańcuchów Markowa w analizie rynku kapitałowego*, Toruń: Wydawnictwo UMK.
- Studzińska E. (2015). *Lojalność klienta – pojęcie, podział, rodzaje i stopnie*, „Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu”, vol. 367, s. 195–215.
- Umoh G.I., Awa H.O., Ebitu P.T. (2013). *Markovian Application to Brand Switching Behaviour; a Survey of Toothpaste*, „European Journal of Business and Management”, vol. 5(22), s. 110–124.

Źródła internetowe

- Samuels C.L. (2001). *Markov Set-Chains as Models of Plant Succession*, University of Tennessee, Knoxville,
https://trace.tennessee.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=3513&context=utk_graddiss
 [dostęp: 27.01.2020].

Rozdział 8

ECONOMIC CLIMATE HMM-BASED INDICATOR AS A TOOL FOR THE BUSINESS CYCLE TURNING POINTS SIGNALING

In this chapter, the business cycle turning point issue is raised. The procedure of constructing an indicator based on signatures computed as averages of states of Viterbi paths is described. This approach exploits the hidden Markov model, Viterbi path and Monte Carlo simulations concept, but in general, the procedure itself is a parametrizable method of quantitative representation of the business cycle. The warning signals are sent when the economic situation is similar to the situation before known turning points. Both situations: the current and the reference, are described in the form of signatures. However, the value-added of these results is not only the proposition of new class indicators but also the algorithm of turning points identification based on the given time series. This algorithm depends on the so-called cut-off parameter, which makes the whole approach highly flexible.

An integral part of the research was the validation of the presented approach. The data from the business tendency survey in the Polish manufacturing industry conducted by RIED SGH was used to construct two different indicators and three different turning points dating. Based on the empirical analysis, where the extrema of the cyclical component of the RIED industrial confidence indicator were used as a reference turning points, the effectiveness of the proposed solution was proved. In most cases, the turning points were properly caught with a reasonable advance. This means that the presented method can be successfully used for the construction of early warning indicators.

1. Introduction

Business cycles are one of the main sources of assessment of the economic situation: the current and the future one. Knowing in which phase of the business cycle the economy of the given country is, the policymakers can take measures to reduce damage caused by the crisis or to maintain a good run in the economy. Unfortunately, identification of business cycle turning points, and at the same time business cycle phases, is not straightforward. Using different methods, various solutions may be obtained. Over the years, not only many methods of analysis were developed, but also a number of indicators were created. All of those approaches have one goal: to monitor the situation in the economy and give some warning signals in advance. One of the more known indicators is the so-called composite leading indicator (CLI) designed by OECD as early signaling of turning points in business cycles. However, almost every country has its own indicator. Sometimes even more than one. Those country-specific indicators are best suited to the data gathered in the given country and better capture the uniqueness of this country's economy. Many from those indicators are based on business tendency surveys. In Poland, the research provided by the Research Institute for Economic Development (RIED) at SGH Warsaw School of Economics is widely recognized for its long traditions, comprehensive approach and good accuracy of forecasts. RIED

industrial confidence indicator (Adamowicz, Dudek, Kluza, Ratuszny, Walczyk, 2019) is a synthetic index that uses only respondents' answers from the monthly business tendency survey created by RIED itself and proved to be a leading indicator for the situation of the whole Polish industry. RIED indicator is calculated as a weighted average of the balances of positive and negative answers for the selected questions about the appraisal of present and future situation in the Polish industry.

The goal of the research, which results are described in this chapter, was to present a universal approach to construct an indicator with a high potential of being an early warning one. This approach explores the concept of hidden Markov models (Hamilton, 1994), which in many fields proved to be an excellent alternative for the classical methods (Cappé, Moulines, Rydén, 2005). Using the combination of Baum-Welch algorithm, Viterbi algorithm, and Monte Carlo simulations, it is possible to tackle the problems such as turning point identification (Chauvet and Hamilton, 2005; Bernardelli, 2015), business cycle synchronization analysis (Smith and Summers, 2005; Dufrénot and Keddad, 2014), early warning signaling (Abberger and Nierhaus, 2010), convergence analysis (Bernardelli, Próchniak, Witkowski, 2017), and even similarity between time series issue (Bernardelli, 2018). Taking advantage of the benefits of the hidden Markov model (HMM) and Viterbi path (VP), namely almost lack of assumptions to be fulfilled, the new procedure of construction of the indicators is proposed. The effectiveness of this procedure is illustrated based on the business tendency survey in the Polish manufacturing industry conducted monthly by the RIED. As a reference time series, the RIED industrial confidence indicator (RIED ICI) is used. The idea behind the reference indicator and this proposed in this paper, called HMM Signature Indicator, is completely different, but both have leading properties. However, the HMM Signature Indicator has rather a long term early warning characteristics, whereas RIED ICI gives a warning signals in just 1–3 months in advance. It needs to be emphasized, that the main goal of this paper is to present the procedure of HMM Signature Indicator construction, and the use of the RIED data is treated as a validation of this procedure only. Exploring the presented

approach, it is possible to get many indicators, with different characteristics. This is why the method of construction has been defined as universal.

This paper consists of 5 sections. After the introduction, in section 2, the basic facts about HMMs and VPs are presented. We concentrate, however, on giving the intuition why this approach has so big potential to be the basis of the indicator structure. The third section contains a description of the construction process ending with the HMM Signature Indicator definition. While this section is the key to the theory for this chapter, the next, fourth section, is all about the empirical analysis and validation of the proposed procedure. Here the data characteristics together with the exemplary usage of the HMM Signature Indicator procedure, and illustration of the results are given. The article ends with a summary in section 5.

2. HMMs and VPs potential as composite indicator basis

In this section, the basic facts concerning the theory of hidden Markov models and Viterbi paths are presented. We skip the mathematical details and formal definitions, instead of focusing on the ideas behind these concepts. Also, the illustration of the turning points identification problem based on the RIED exemplary survey data is given.

The HMMs are present in the literature for more than half of the century now. They are the generalization of the Markov models (Cappé et al., 2005). Comparing to the classical models, an extra layer is added. Therefore, in HMM we deal with two layers: observable and unobservable. The idea is to discover the underlying path of states, based on the visible sequence of observations. The idea is in line with a pattern recognition issue. This is why HMM is widely used in the areas, like speech, handwriting, gesture or voice recognition, but also in bioinformatics in the process of sequencing the DNA. In macroeconomics, HMM proved to be useful in e.g. business cycles synchronization analysis, turning points identification, construction of early warning indicators or convergence analysis.

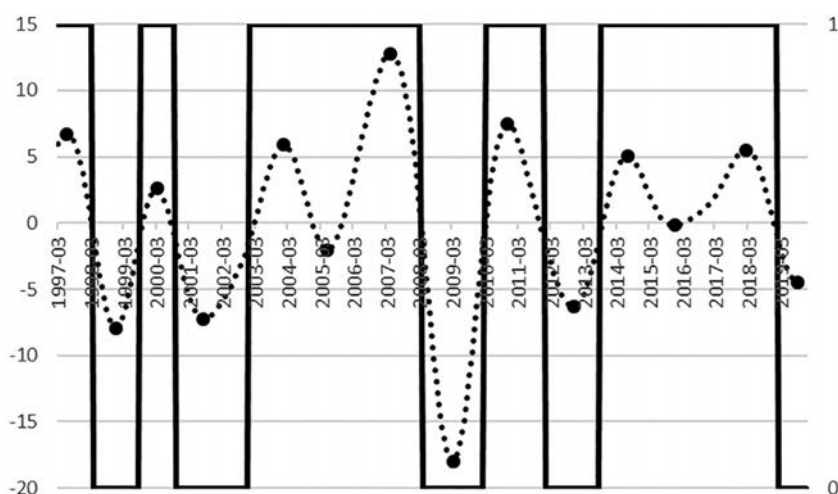
The estimation of the HMM parameters is usually done by the Baum-Welch algorithm (Baum, Petrie, Soules, Weiss, 1970). The resulting set of model parameters strongly depends on the initial values. To increase the chance of finding the global optimum thousands of Monte Carlo simulations should be performed (Bernardelli, 2013). The next step after obtaining optimal HMM parameters is to transform the output set of probabilities into the correct order of states. There are several methods used in practice, like smoothed probabilities or filtered probabilities (Milas, Rothman, Dijk, Wildasin, 2006). Those methods have one common flaw – assessment of the states of unobservable Markov chain is done “step by step”, which may lead to the quite ineffective path of states. From an economic point of view, an approach based on the Viterbi algorithm (Viterbi, 1967) seems to be more adequate. In this approach, the whole period covered by the analysis is taken under consideration resulting in the most likely sequence of hidden states, commonly called the Viterbi path.

In this chapter, we restrict ourselves to the analysis of normal HMM, which is the HMM where the observable layer has a Gaussian distribution. The state-space can consist of many elements, but we consider only two- and three-element cases. We will use notation $S = \{0, 1\}$ in the case of two states, and $S = \{0, \frac{1}{2}, 1\}$ when three states are considered. The state 1 is always associated with periods of relatively good conditions and state 0 is associated with a worse situation. State $\frac{1}{2}$ corresponds to an uncertain, transient period. To ensure the same order of states in each considered case, we additionally assume that state 1 is associated with the greater mean value (within the meaning of the parameter of the normal distribution), and state 0 with the smallest mean value. In computations 5000 Monte Carlo simulations for two states models were used, and twice that for three state models. In each case, a number of repetitions turned out to be enough, considering the stability of the results.

Great advantages of approach with the combination of the HMM and VP over econometric methods are the weak assumptions of applicability and straightforward interpretation. We emphasize, that HMM Signature Indicator, exploits this particular approach, in which the turning point detection is

treated as a problem of pattern recognition. To picture the potential behind this idea more clearly, in Figure 1 the cyclical component of the RIED ICI and associated turning points is given along with the two-state VP. In Figure 2 the analogous graphs are drawn, except instead of a two-state path, the three state VP is shown.

Figure 1. The cyclical component of the RIED ICI (dotted line) and associated turning points (points) along with the two-state VP (solid line) from March 1997 to December 2019

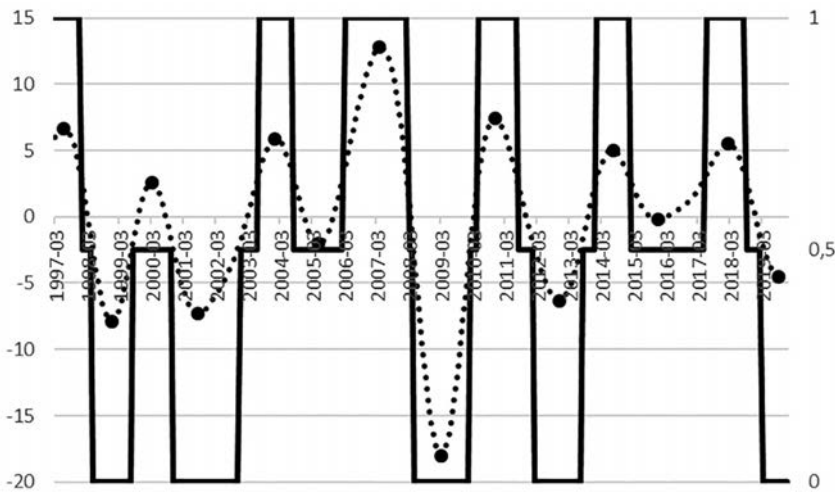


Source: own calculation based on: Adamowicz et al., 2019.

In both figures, all turning points identified by RIED are in the phases detected by the method based on the HMM and VP. Those phases almost always coincide: for a peak states 1 or $\frac{1}{2}$ are detected, and with troughs states 0 or $\frac{1}{2}$ are associated. Only in two cases, for the two-state model, the turning points are missed. These are troughs in May 2005 and December 2015. In two and three state cases the exact dating of transitions between states is slightly different, but in general, they match themselves, with the restriction that adding the extra state $\frac{1}{2}$, gives more accurate results. In the three-state model, all turning points are captured, therefore this case proved to be more flexible, although sometimes not so stable if it comes to computational matters.

The key point of these two figures is that the beginning of each phase is ahead of turning points, so conceptually transitions between states are some kind of approximations of turning points. What's more, these approximation datings are much before the actual shift in economic climate happens. The warning signal is at least a few months earlier than the leading signal of RIED ICI, which potentially allows policymakers to react sooner. This feature is the basis of the construction of the HMM Signature Indicator, which is described in the next section. The illustration in Figures 1 and 2 should give an argument for the suitability of this approach.

Figure 2. The cyclical component of the RIED ICI (dotted line) and associated turning points (points) along with the three-state VP (solid line) from March 1997 to December 2019



Source: own calculation based on: Adamowicz et al., 2019.

3. Construction of the HMM Signature Indicator

In this section, the procedure of the construction of the HMM Signature Indicator is given. The description is split into two separate stages. The first stage concentrates on the signature itself, whereas the second on the algorithm

of turning points identification, which exploits the concepts of signature and similarity.

The signature is defined as a vector of arithmetic means of states from Viterbi paths at a given time, computed for the selected set of time series. Firstly the reference signature has to be constructed. To achieve this the following steps are needed:

1. Select the set of time series. That set is an input, which after transformations, becomes a component of the signature.
2. For each of the selected time series, perform the procedure, described in (Bernardelli, 2013), that uses HMM, VP and Monte Carlo simulations, to get the set of states. At this step, the number of states must be fixed. As was mentioned before, the more states, the more simulations are needed. In this chapter, only two- and three-state cases are considered.
3. At each time point calculate the arithmetic mean of states associated with this particular time point from every time series in the set.
4. Let n be a chosen size of the signature. Based on the reference set of turning points, calculate the reference signature, which represents the image of the studied phenomenon (e.g. economic climate) observed at the turning point and n time points before this point. The output of this step is a vector of length $n + 1$, which is a reflection of the situation directly before (n observations) and at the potential turning point. This vector is called a reference signature.

Signature depends on the number of variables included in the signature, size of the signature, and size of the state space of the HMM. These three parameters are the reason, why the input data space is so vast, and that the number of possibilities to construct output signature combinations, and at the same time number of indicators, is great.

At the end of the first stage, the reference signature is known, as well as the signatures at every time point, except the first n observations¹. The idea behind the second stage is the turning points identification algorithm, which

¹ For that observations the signature can be calculated, but not for the whole size.

uses some kind of similarity between signatures and based on values of this similarity function, computes the turning points dating. The similarity function is, in fact, the requested indicator. A detailed description of this stage can be summarized in the following steps:

1. For each time point, except the first n points, calculate the value of the indicator, by comparing the signature at the given point with the reference signature. From a purely mathematical point of view, this is the comparison of two $(n + 1)$ -element vectors. Many distance measures exist and can be used to compare two vectors. One of the simplest is the root mean square error (RMSE), and this measure was used in the rest of this chapter. The interpretation is straightforward, the RMSE values indicate how similar the current situation (expressed in the form of a signature) to the reference signature is.
2. Considering the values of the indicator, the turning points dating need to be established. For the smooth cyclical component like in Figures 1 and 2, the turning point identification is quite obvious, because they coincide with local extreme values (maximum for peak, and minimum for trough). For indicators with greater volatility, the result is not unique and depends on adopted identification rules. The value-added of this article is not only the proposition of new class indicators but also the algorithm of turning points identification based on the given time series. This algorithm can be described in the form of the following rules:
 - a. Choose the cut-off parameter. It's the minimum change (compared to the previous turning point) needed to classify the point as a turning point.
 - b. Every point where there is a change of values of the indicator from increase to decrease or from decrease to increase, and the difference between values of the indicator at this point and the past nearest turning point of the opposite type is greater than the cut-off point, should be classified as a turning point. In other words, a turning point is a point, where the direction of the indicator is changing, and this change is significant, compared to the most recent turning point of the opposite type (peak or trough).

- c. A revision is possible in the form of canceling the point, which was initially classified as a turning point. The cancelation should be done, when the change of direction of the indicator lasted too short. This means that this point should not be considered as a turning point.

The second stage needs a cut-off parameter to be established. Even for the same values of indicators, the different turning points identification is possible. The greater the value of a cut-off parameter, the fewer turning points are detected.

The proposed procedure of computing signatures, and changing them to the indicator is promising if it comes to turning points identification. However, only together with the rules of identification, the whole approach is complete. This holistic method can be used to construct specific indicators based on almost any set of data. The illustration of this procedure is given in the next section.

4. Empirical analysis based on business tendency survey

In this section, the verification and illustration of the technique of construction of the HMM Signature Indicator described in the previous section are given. The procedure for the data from the business tendency survey in the Polish manufacturing industry conducted monthly by the RIED was applied. In this survey² respondents evaluate changes in selected areas of economic activity, by answering eight questions (in two versions: retrospective about the current, and prospective about the future):

- volume of production (prod),
- volume of total orders (order),
- volume of export orders (order),
- finished goods inventories (stock),

² See <http://kolegia.sgh.waw.pl/pl/KAE/struktura/IRG/koniunktura/Strony/metody.aspx> (accessed: 31.01.2020).

- selling prices of products (price),
- level of employment (employ),
- financial standing (fin),
- general economic situation in Poland (gen).

For every question there are three possible reply options: increase, decrease or no change, but for indicator calculation, only the balances are calculated as a difference between percentages of positive and negative answers. From January 2013, the RIED ICI is calculated as an arithmetic mean of three balances: production expectations, the current volume of total orders, and finished goods inventories (with the negative sign). In Figure 1–2 the cyclical component³ of this indicator is presented. Based on this time series the turning points can be identified.

The data sample covers the period from March 1997 to December 2019. There is a number of possible combinations of questions, which can lead to more or less adequate indicators. All combinations in two versions two and three states HMM were checked. From the large collection of the most effective combinations, two were chosen for presentation, which seems to be a compromise between simplicity and efficiency, and at the same time give the opportunity to compare the effectiveness of the proposed procedure. Due to reasons given in the second section, the better accuracy of an indicator should be expected if the three-state model is used. Therefore, two exemplary indicators, which will be used as an illustration, are based on three states HMM. These two indicators were calculated using time series of respondents' answers to the following questions:

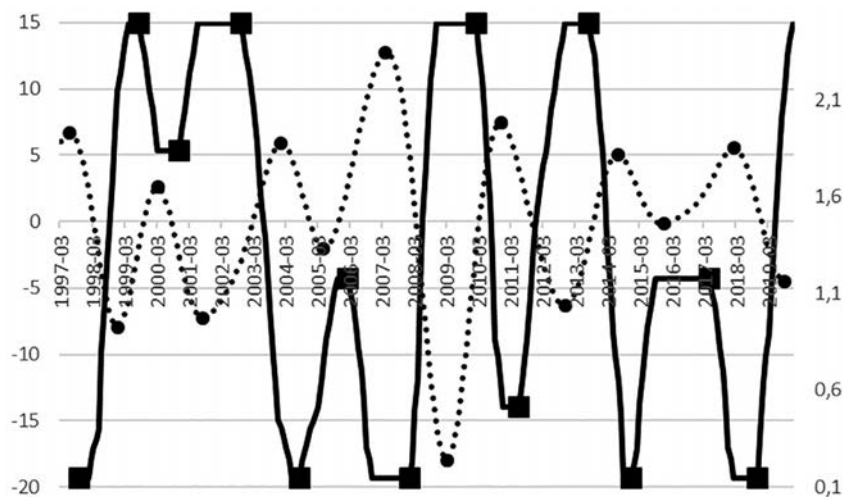
1. HMM IND 1 – volume of total orders (order), general economic situation in Poland (gen);
2. HMM IND 2 – volume of production (prod), finished goods inventories (stock), general economic situation in Poland (gen).

³ Christiano-Fitzgerald filters are used to extract cyclical component (Nilsson and Gyomai, 2011).

As an input to the Baum-Welch procedure, the cyclical component of each considered question-related time series is given. The signatures were build based on seven months length data – the moving window included the data from the considered month and the date from the half-year before the survey was conducted. The values of indicators are shown in Figures 3–5 together with the RIED ICI and turning points associated with it. In those figures, there are also turning points identified by the procedure with different cut-off parameters.

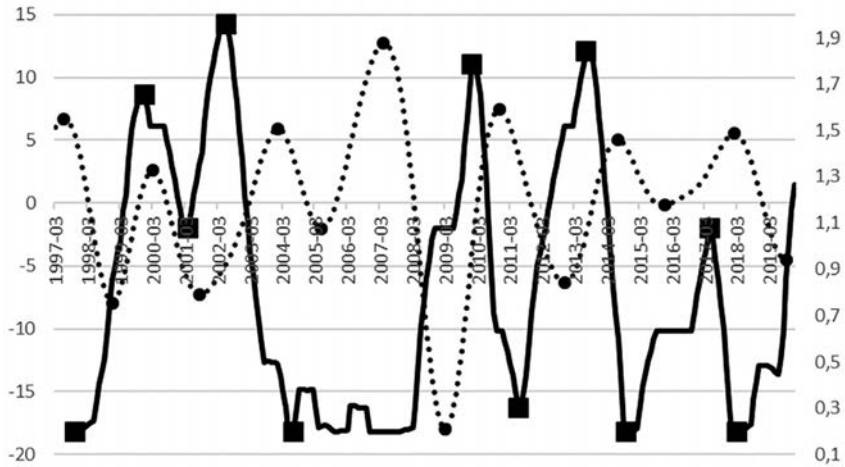
In the case of HMM IND 1 for the wide range of parameters, the same set of turning points would be detected. In Figure 3 visualization of turning points for the cut-off parameter equals 0.35 is given. All turning points detected by HMM IND 1 have their counterparts in the RIED ICI, but those from HMM IND 1 are caught much earlier. The summary of turning points dating is given in Table 1.

Figure 3. The cyclical component of the RIED ICI (dotted line) and associated turning points (points) along with the HMM IND 1 (solid line) and detected turning points (squares) with the cut-off parameter 0.35



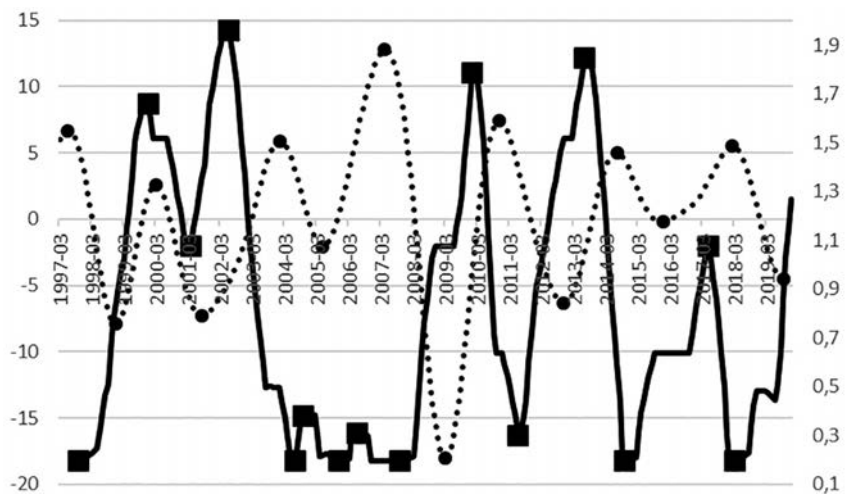
Source: own calculation.

Figure 4. The cyclical component of the RIED ICI (dotted line) and associated turning points (points) along with the HMM IND 2 (solid line) and detected turning points (squares) with the cut-off parameter 0.25



Source: own calculation.

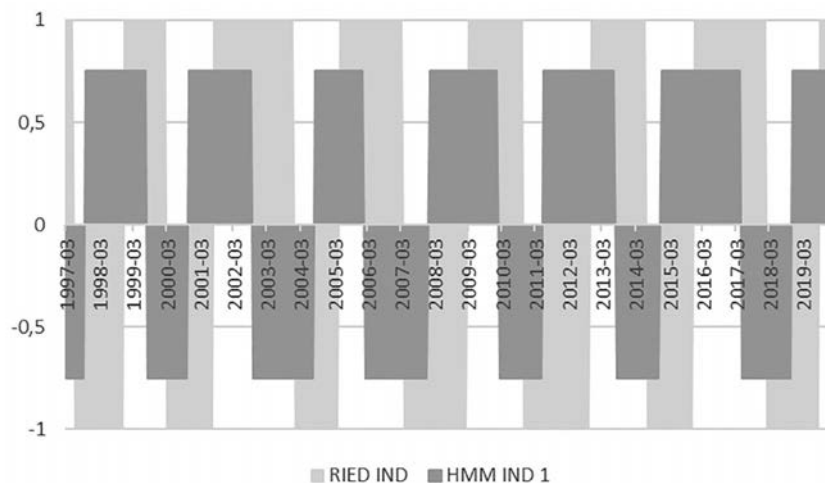
Figure 5. The cyclical component of the RIED ICI (dotted line) and associated turning points (points) along with the HMM IND 2 (solid line) and detected turning points (squares) with the cut-off parameter equals 0.10

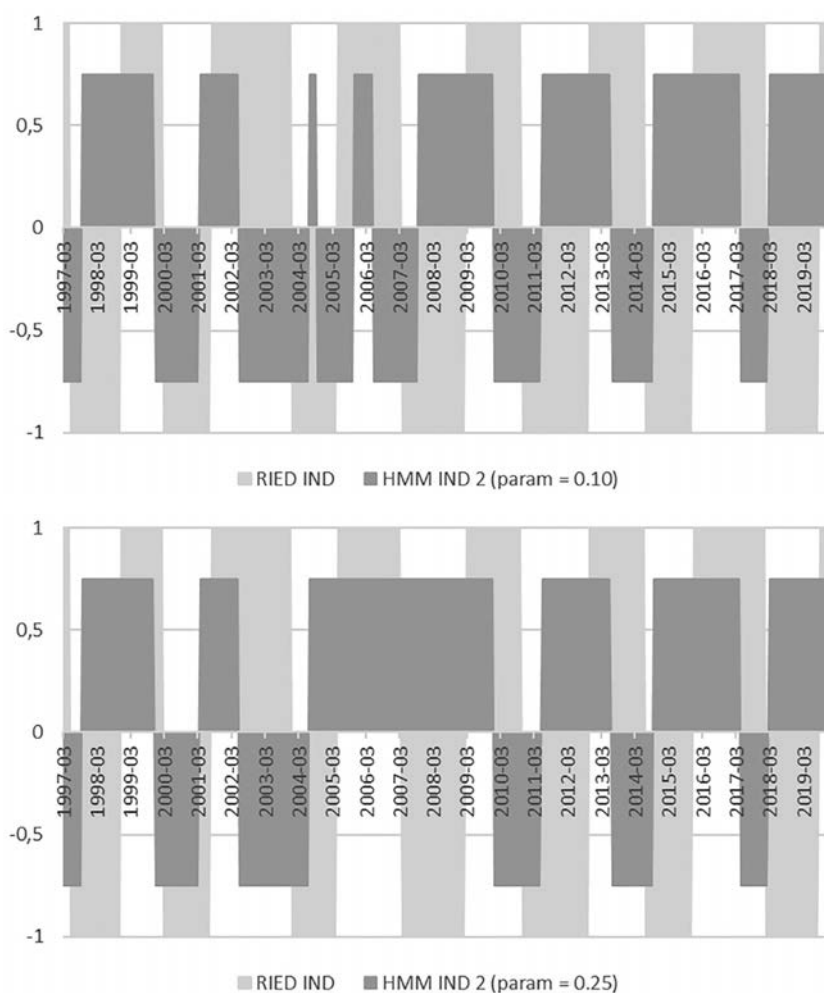


Source: own calculation.

Adding more variables to the signature may enrich the indicator and makes it more volatile, but also more adequate. The exemplary signature of HMM IND 2 consists of three variables and the values of the indicator are plotted in Figure 4 and Figure 5. The difference between figures is not in the indicator itself, but in turning point identification, which depends on the value of the cut-off parameter. The greater the value of this parameter the fewer points are being considered as a turning point. In Figure 4, comparing to the RIED ICI, HMM IND 2 with the cut-off parameter equals 0.25, two turning points are missed (see also Table 1). The rest of the turning points are signaled in advance. In Figure 5, the HMM IND 2 with the cut-off parameter equals 0.10 shows two extra turning points, with no counterpart in the RIED ICI – exact dating is given in Table 1. All turning points are caught much earlier, giving enough time for policymakers to take some action.

Figure 6. The comparison of the phases between turning points according to RIED Industry Indicator (light grey) and HMM Signature Indicators (dark grey): HMM IND 1 (top), HMM IND 2 with the cut-off parameter equal 0.25 (middle), and HMM IND 2 with the cut-off parameter equal 0.10 (bottom)





Source: own calculation.

Having turning points found, identification of associated with them periods of relatively good and bad conditions is straightforward. Depending on the signature and the value of the cut-off parameter, we receive a different distribution of business cycle phases, with different lead times. A comparison of the phases distribution between HMM Signature Indicators, as well as the phases for the RIED ICI, are given in Figure 6. Phases of the RIED IND and HMM IND are shifted relative to each other, but HMM IND gets the signals

in massive advance. Modification of the variables included in the signature or the size of the signature would, of course, change the indicator values, but even for the same signature, changing the values of the cut-off parameter is possible, resulting in the more or less sensitive indicator (or rather turning point identification). Exemplary HMM IND are rather sensitive, so even one and a half year before the actual turning point the warning signals are sent by them. It is the desired behavior in e.g. the banking sector, but in industrial production, it could be considered as too sensitive. One has to remember, however, that the purpose of an indicator is to monitor the situation and inform if changes are significant enough (according to assumptions made). Finding the right combination of variables and procedure parameters is dependent on the needs and is a separate issue beyond the scope of this chapter.

Table 1. List of turning points in the Polish industry in years 1997–2019 based on RIED ICI and HMM Signature Indicators. For the corresponding turning points, the number of months between the dates is given

RIED IND	Turning point	HMM IND 1 0.35	Lead [mo.]	HMM IND 2 0.25	Lead [mo.]	HMM IND 2 0.10	Lead [mo.]
1998–12	Peak	1997–10	14	1997–10	14	1997–10	14
2000–03	Trough	1999–08	7	1999–12	3	1999–12	3
2001–08	Peak	2000–11	9	2001–04	4	2001–04	4
2004–01	Trough	2002–10	15	2002–06	19	2002–06	19
2005–05	Peak	2004–08	9	2004–07	10	2004–07	10
–	–	–	–	–	–	2004–10	–
–	–	–	–	–	–	2005–11	–
2007–04	Trough	2006–02	14	–	–	2006–06	10
2009–03	Peak	2008–01	14	–	–	2007–10	17
2010–11	Trough	2010–02	9	2010–01	10	2010–01	10
2012–11	Peak	2011–06	17	2011–06	17	2011–06	17
2014–07	Trough	2013–08	11	2013–07	12	2013–07	12
2015–12	Peak	2014–12	12	2014–10	14	2014–10	14
2018–02	Trough	2017–05	9	2017–05	9	2017–05	9
2019–09	Peak	2018–11	10	2018–03	18	2018–03	18

Source: own calculations.

5. Concluding remarks

The main goal of this chapter was to present a procedure of constructing indicators based on signatures computed as averages of states of Viterbi paths. This class of HMM Signature Indicators is a universal approach, depending on the three key parameters:

- number of variables included in the signature,
- size of the signature,
- size of the state space of the HMM.

The remaining part of the procedure is the algorithm of turning point identification. Here only one from many possibilities was discussed. The presented approach depends on the cut-off parameter, which together with three parameters from signature construction, gives the perspective of how flexible this procedure is.

Based on the detail description of signatures construction with the proposition of turning point identification algorithm, as well as the exemplary, real data illustrations of the HMM indicator, we can give some concluding remarks.

- The proposed approach to indicators' construction is flexible. Due to the three available parameters, the number of possible combinations is very large.
- The indicator must meet specific needs. Therefore, there is no best indicator – for each purpose, different criteria, and different values of parameters should be used.
- The signatures are suitable for any type of data. In the empirical analysis presented in the previous section, the data from the survey were used, but any macroeconomic data can be used as well.
- The presented solution is resistant to incompatible data, e.g. shorter time series with the longer ones can be used at the same time.
- Easy interpretation of results is the basic feature of the HMM and VP. This translates into an easy interpretation of signatures and indicators.

- Another advantage of the proposed solution is low requirements compared to the econometric methods. This procedure of turning point detection should be considered in terms of a problem of pattern recognition.
- Signatures exploit the anticipated leading properties of the HMM, therefore any constructed indicator has a great potential to be an early warning one.

There are also many possibilities for generalization of the described procedure. For instance, there could be separate signatures for each phase of the cycle. In a two-state case, one signature would be associated with the periods of relatively good conditions, and another with a worse situation. Also, different types of data can be joined in one signature. There is no reason why survey data shouldn't be enriched by the real macroeconomic data. During the validation stage, described in the section with empirical analysis, the arithmetic mean was used in the signature construction. Instead of the classical arithmetic mean, the weighted mean can be implemented. At last, but not least, more than just three states are worth considering, if only times series are long enough to support an increased number of HMM parameters.

Bibliography

- Abberger K., Nierhaus W. (2010). *Markov-Switching and the Ifo Business Climate. The Ifo Business Cycle Traffic Lights*, „Journal of Business Cycle Measurement and Analysis”, 1(2), p. 1–13.
- Adamowicz E., Dudek S., Kluza S., Ratuszny E., Walczyk K. (2019). *Koniunktura gospodarcza i bankowa w Europie Środkowo-Wschodniej*, w: *Europa Środkowo-Wschodnia wobec globalnych trendów: gospodarka, społeczeństwo i biznes*, M. Strojny (red.), Warszawa: Oficyna Wydawnicza, s. 353–383.
- Baum L.E., Petrie T., Soules G., Weiss N. (1970). *A Maximization Technique Occurring in the Statistical Analysis of Probabilistic Functions of Markov Chains*, „The Annals of Mathematical Statistics”, 41(1), p. 164–171.
- Bernardelli M. (2013). *Non-classical Markov Models in the Analysis of Business Cycles in Poland*, „Roczniki Kolegium Analiz Ekonomicznych SGH”, no. 30, p. 59–74.

- Bernardelli M. (2015). *The Procedure of Business Cycle Turning Points Identification Based on Hidden Markov Models*, „Prace i Materiały Instytutu Rozwoju Gospodarczego SGH”, no. 96, p. 5–23.
- Bernardelli M., Próchniak M., Witkowski B. (2017). *The Application of Hidden Markov Models to the Analysis of Real Convergence*, „Dynamic Econometric Models”, vol. 17, p. 59–80.
- Bernardelli M. (2018). *Hidden Markov Models as a Tool for the Assessment of Dependence of Phenomena of Economic Nature*, „Acta Universitatis Lodzianensis. Folia Oeconomica”, nr 338(5), p. 7–20. DOI: <http://dx.doi.org/10.18778/0208-6018.338.01>.
- Cappé O., Moulines E., Rydén T. (2005). *Inference in Hidden Markov Models*, Springer Series in Statistics, New York: Springer-Verlag.
- Chauvet M., Hamilton J.D. (2005). *Dating Business Cycle Turning Points*. NBER Working Paper, no. 11422.
- Dufrénot G., Keddad B. (2014). *Business Cycle Synchronization in East Asia: a Markov Switching Approach*, „Economic Modelling”, vol. 42, p. 186–197.
- Hamilton J.D. (1994). *Time Series Analysis*, Princeton, New Jersey: Princeton University Press.
- Milas C., Rothman P.A., Dijk D., Wildasin D.E. (2006). *Nonlinear Time Series Analysis of Business Cycles*, Emerald Group Publishing.
- Smith P.A., Summers P.M. (2005). *How Well do Markov Switching Models Describe Actual Business Cycles? The Case of Synchronization*, „Journal of Applied Econometrics”, vol. 20(2), p. 253–274.
- Viterbi A. (1967). *Error Bounds for Convolutional Codes and an Asymptotically Optimum Decoding Algorithm*, „IEEE Transactions on Information Theory”, vol. 13, p. 260–269.

Internet sources

- Nilsson R., Gyomai G., *Cycle Extraction*, OECD 2011, <http://www.oecd.org/data-oecd/32/13/41520591.pdf> [access: 31.01.2020].
- OECD (2020), *Composite Leading Indicator (CLI)*. DOI: 10.1787/4a174487-en [access: 31.01.2020].
- RIED Internet website, <http://kolegia.sgh.waw.pl/pl/KAE/struktura/IRG/koniunktura/Strony/metody.aspx> [access: 31.01.2020].

Rozdział 9

ZASTOSOWANIE DANYCH Z BADAŃ KONIUNKTURY IRG SGH W MODELOWANIU LUKI PRODUKTOWEJ

W niniejszym badaniu ocenia się empiryczne wyniki najczęściej stosowanych wskaźników makroekonomicznych cyklu koniunkturalnego wraz z jakościowymi wynikami badań koniunktury IRG SGH w analizie luki produktowej. Jako narzędzie do wyznaczenia cyklu koniunkturalnego stosuje się analizę głównych składowych (ang. PCA – *principal component analysis*). Dowody empiryczne przedstawione tutaj potwierdzają przydatność ilościowych wskaźników IRG w modelowaniu luki produktowej oraz jednocześnie potwierdzają tezę wysuniętą przez zespół Roeger, McMorrough, Hristov, Vandermeulen (2019) w przypadku Polski, że wskaźniki inflacji i bilansu nie sprawdzają się dobrze jako wskaźniki cyklu. Składnik cykliczny otrzymany

przy zastosowaniu analizy głównych składowych jest wysoce skorelowany ze składnikiem cyklicznym barometru koniunktury IRG i zmiany PKB. Obserwujemy podobną ewolucję po załamaniu gospodarczym w 2008 roku, a także różne prędkości ożywienia gospodarczego.

1. Wstęp

Przez lukę produktową (*output gap*) rozumie się na ogół różnicę między rzeczywistym a potencjalnym PKB. Jako taka jest wyznacznikiem nierównowagi gospodarki realnej i jej pozycji w cyklu koniunkturalnym. Nierównowaga wywiera presję na zmianę m.in. cen, płac i stóp procentowych. Przykładowo, inflacja oraz deficyt na rachunku obrotów bieżących oznaczają, że luka produktowa jest dodatnia, tzn. gospodarka wytwarza produkt ponad wielkość potencjalną. W takiej sytuacji, w ocenie Komisji Europejskiej, znajduje się obecnie polska gospodarka (Komisja Europejska, 2019, s. 132).

Luka produktowa warunkuje prowadzenie właściwej polityki gospodarczej, o ile oszacowanie jej (luki) rozmiaru jest prawidłowe. Wyznaczenie luki produktowej wymaga natomiast określenia potencjału wytwórczego gospodarki, którego pomiar – zarówno co do stosowanych metod szacunku, jak i doboru danych – jest kwestionowany (np. Tooze, 2019). Przykładowo, wedle szacunków Komisji Europejskiej gospodarki Włoch i Niemiec znajdują się w tej samej sytuacji cyklicznej mimo tego, że osiągają bardzo odmienne wyniki (Roeger i in., 2019, s. 5).

Celem niniejszego rozdziału jest wykazanie, że zgłaszane wątpliwości co do przyjętej i stosowanej przez Komisję Europejską metody szacunku luki produktowej (opisanej przez Havik i in., 2014) są uzasadnione. W tym celu porównano wyniki oszacowania luki produktowej w Polsce z użyciem dwóch grup wskaźników gospodarczych: (1) standardowego zestawu ilościowych wskaźników cyklu koniunkturalnego i (2) wskaźników jakościowych, opracowywanych przez Instytut Rozwoju Gospodarczego Szkoły Głównej Handlowej w Warszawie (IRG SGH). Zostanie pokazane, że niektóre ze wskaźników

ilościowych nie są przydatne w szacunku luki produktowej, ponieważ zawierają komponenty trendu¹ o zbyt dużym udziale, oraz że z powodzeniem mogą one zostać zastąpione przez wskaźniki jakościowe. Zostanie również pokazane, że istotny wpływ na wynik oszacowania luki produktowej ma zastosowana metoda jej estymacji.

Rozdział składa się z trzech części. W pierwszej przedstawiono metodę i dane użyte do oszacowania luki produktowej w Polsce, w drugiej zaś wyniki tego szacunku. Wnioski wynikające z ich porównania zawarto w podsumowaniu analizy.

2. Metoda oszacowania luki produktowej

Jak wspomniano, w odróżnieniu od rzeczywistej wielkości produkcji w gospodarce, poziomu produktu potencjalnego, a zatem i luki produktowej, nie można zmierzyć wprost, a jedynie oszacować. W szacunku tym stosuje się rozmaite metody, wszystkie one jednak zakładają, że faktyczna wielkość produkcji jest skutkiem nałożenia się dwóch procesów o odmiennej charakterystyce i z osobnego źródła, tj. trendu, który odpowiada produktowi potencjalnemu, i cyklu koniunkturalnego, który od tego trendu gospodarkę odchyła. Spośród wielu znanych metod najczęściej stosuje się obecnie:

- modele ekonometryczne, w tym modele oparte na makroekonomicznej funkcji produkcji,
- techniki statystyczne.

Modelowanie ekonometryczne wymaga apriorycznego przyjęcia określonych postaci procesów kształtujących produkt gospodarki. W modelach klasy ST oddzielnie estymowane są trend i składnik cykliczny (zob. np. Harvey i in., 2004; Harvey, 2005), a dokładność szacunku zależy od statystycznych właściwości szeregu źródłowego i przyjętych założeń co do postaci procesów

¹ Trend odzwierciedla zmiany w gospodarce, które mają charakter trwały lub długookresowy.

cząstkowych, które mają charakter stochastyczny. Alternatywnie szacuje się produkt potencjalny na podstawie makroekonomicznej funkcji produkcji – tę metodę stosuje Komisja Europejska (zob. Havik i in., 2014), jednak i w tym przypadku trafność oszacowania uzależniona jest od przyjętych założeń (odnośnie do postaci funkcji produkcji i jej parametrów).

Idea metod statystycznych jest zgoła odmienna. Separują one sekularny trend od wahań krótkookresowych na podstawie statystycznej analizy zmienności produktu w czasie. Stosowane są dwa podejścia: pierwsze polega na estymacji trendu i rezydualne wyznaczenie składowej cyklicznej (np. filtr Hodricka-Pre-scotta), w drugim estymuje się komponent cykliczny i rezydualnie wyznacza trend (np. filtr Baxter-Kinga, filtr Christiano-Fitzgeralda). Choć zastosowane w nich algorytmy obliczeniowe są różne, metody te dają przybliżone wyniki (zob. np. Adamowicz, Dude, Pachucki, Walczyk, 2009; Fagiolo, Napoletano, Piazza, Roventini, 2009; Larsson, Vasi, 2012)². W niniejszym tekście zastosowano pasmowo-przepustowy, niesymetryczny filtr Christiano-Fitzgeralda (2003), którego zaletą jest to, iż dokonuje bezstratnej aproksymacji składowej cyklicznej, a szacunek w końcu próby, jak wynika z doświadczenia IRG SGH, jest względnie stabilny. Przyjęto, że pasmo wahań cyklicznych zamyka się w przedziale 8–48 kwartałów i dokonano korekty o średnią.

Do oszacowania luki produktowej użyto zazwyczaj w tym celu stosowanych ilościowych wskaźników cyklu, tj.:

- stopy wzrostu realnego PKB,
- wskaźnika cen dóbr konsumpcyjnych (CPI),
- stopy wzrostu przeciętnego, miesięcznego wynagrodzenia nominalnego brutto w gospodarce narodowej,
- stopy bezrobocia według BAEL,
- salda rachunku obrotów bieżących.

² Adamowicz i in. (2009) pokazali, że istnieje podobieństwo wyników dekompozycji szeregu realnego PKB (i innych wielkości makroekonomicznych) w Polsce na trend i składnik cykliczny nie tylko między ww. filtrami, ale również między nimi a modelem ST o specyfikacji Watsona (1986) i Clarka (1987).

Ponadto, po części pod wpływem sugestii Fleischmana i Robertsa (2011) oraz Gayera i Marca (2018) w badaniu uwzględniono wskaźniki jakościowe, a ściślej mówiąc, salda odpowiedzi na pytanie o ogólną ocenę sytuacji gospodarczej w Polsce, pochodzące z badań koniunktury w przemyśle przetwórczym, budownictwie, handlu i transporcie samochodowym, prowadzonych przez IRG SGH i Instytut Transportu Samochodowego (ITS), oraz barometr IRG SGH. Podnosi się bowiem, iż wskaźniki koniunktury – z uwagi na ich konstrukcję – są dostatecznie precyzyjnym indykatorem pozycji cyklicznej gospodarki i jako takie są komplementarne względem tradycyjnych wskaźników ilościowych (Fleischman, Roberts, 2011; Gayer, Marc, 2018).

Szeregi są kwartalne³ i obejmują okres od pierwszego kwartału 2003 roku do trzeciego kwartału 2019 roku. W razie stwierdzenia ich niestacjonarności zostały sprowadzone do stacjonarności przez różnicowanie. Następnie ze zbioru danych zostały wyznaczone główne składowe metodą analizy czynnikowej (*principal components analysis*, PCA). Metoda ta umożliwia wyodrębnienie z ww. wskaźników wspólnej składowej i ocenę stopnia ich współbieżności ze składnikiem cyklicznym w ten sposób wyznaczonym.

3. Wyniki szacunku luki produktowej w Polsce

Wyniki analizy głównych składowych mówią, że dwie pierwsze składowe wyjaśniają łącznie ponad 64% zmienności każdego wskaźnika, z czego blisko 41% przypada na pierwszą składową (tabela 1, rysunek 1). Niektóre wskaźniki, a mianowicie: salda ocen gospodarki przez zakłady przemysłowe i budowlane oraz stopa wzrostu realnego PKB, są ściśle powiązane z pierwszym składnikiem (tabela 2). Łącznie te trzy wskaźniki stanowią dwie trzecie pierwszej składowej (tabela 3, rysunek 2). Uzupełnione o dwa pozostałe salda jakościowe wyjaśniają znakomitą (89,8%) część pierwszej głównej składowej.

³ Badanie koniunktury w przemyśle przetwórczym jest prowadzone przez IRG SGH comiesięcznie. Wartości kwartalne wyznaczono jako średnie ważone z wartości miesięcznych, przypisując wartościom za kolejne miesiące kwartału wagi odpowiednio równe: $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{3}$ i $\frac{1}{2}$.

Tabela 1. Procent objaśnionej zmienności przez główne składowe

	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	PC7	PC8	PC9
odchylenie standardowe	1,91	1,45	1,06	0,97	0,63	0,55	0,49	0,35	0,31
% objaśnionej zmienności	40,7%	23,4%	12,5%	10,5%	4,4%	3,4%	2,7%	1,3%	1,1%
skumulowany % objaśnionej zmienności	40,7%	64,1%	76,5%	87,1%	91,5%	94,9%	97,6%	98,9%	100,0%

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS, IRG SGH i ITS.

Tabela 2. Wartości współczynnika korelacji wskaźników cyklu z poszczególnymi głównymi składowymi

Składowa	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	PC7	PC8	PC9
CPI	0,08	0,57	-0,75	0,03	0,23	0,13	0,19	0,00	0,00
stopa wzrostu realnego PKB	0,88	0,01	-0,03	-0,31	0,16	-0,19	-0,03	0,24	-0,02
stopa wzrostu wynagrodzeń	0,47	0,78	-0,14	0,01	-0,02	-0,20	-0,28	-0,14	-0,02
saldo rachunku obrotów bieżących	0,36	0,64	0,34	-0,46	-0,14	0,34	-0,01	0,02	0,02
stopa bezrobocia BAEŁ	-0,12	-0,53	-0,62	-0,46	-0,31	0,02	-0,11	0,00	0,00
budownictwo – saldo ocen gospodarki	0,94	-0,12	-0,01	0,09	-0,14	-0,07	0,13	-0,06	0,23
handel – saldo ocen gospodarki	0,68	0,02	-0,16	0,63	-0,26	0,16	-0,08	0,11	-0,08
transport – saldo ocen gospodarki	0,62	-0,63	-0,03	0,01	0,34	0,24	-0,21	-0,08	0,02
przemysł – saldo ocen gospodarki	0,89	-0,25	0,10	-0,16	-0,05	-0,05	0,22	-0,14	-0,18

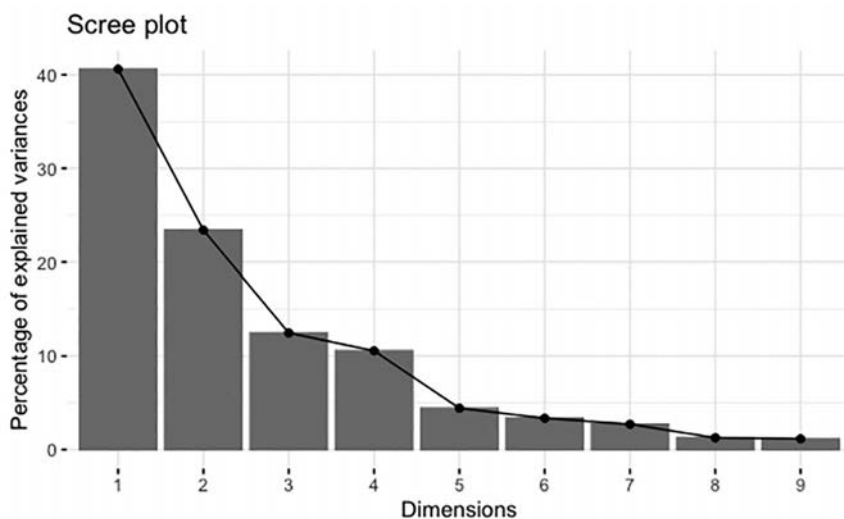
Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS, IRG SGH i ITS.

Tabela 3. Wkład poszczególnych składników do głównych składowych

Składowa	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	PC7	PC8	PC9
CPI	0,2%	15,5%	50,0%	0,1%	12,9%	5,9%	15,4%	0,0%	0,0%
stopa wzrostu realnego PKB	21,2%	0,0%	0,1%	10,3%	6,6%	12,4%	0,5%	48,7%	0,3%
stopa wzrostu wynagrodzeń	6,2%	29,2%	1,8%	0,0%	0,1%	13,4%	32,0%	16,7%	0,6%
saldo rachunku obrotów bieżących	3,5%	19,4%	10,3%	22,0%	5,1%	38,8%	0,1%	0,4%	0,4%
stopa bezrobocia BAEL	0,4%	13,2%	34,7%	21,9%	24,4%	0,2%	5,2%	0,0%	0,0%
budownictwo – saldo ocen gospodarki	23,9%	0,7%	0,0%	0,9%	4,9%	1,8%	7,2%	3,3%	57,3%
handel – saldo ocen gospodarki	12,6%	0,0%	2,1%	42,2%	16,3%	8,2%	2,3%	10,1%	6,1%
transport – saldo ocen gospodarki	10,4%	18,9%	0,1%	0,0%	29,1%	18,4%	17,6%	5,0%	0,5%
przemysł – saldo ocen gospodarki	21,7%	3,1%	0,9%	2,6%	0,6%	0,9%	19,7%	15,6%	34,9%

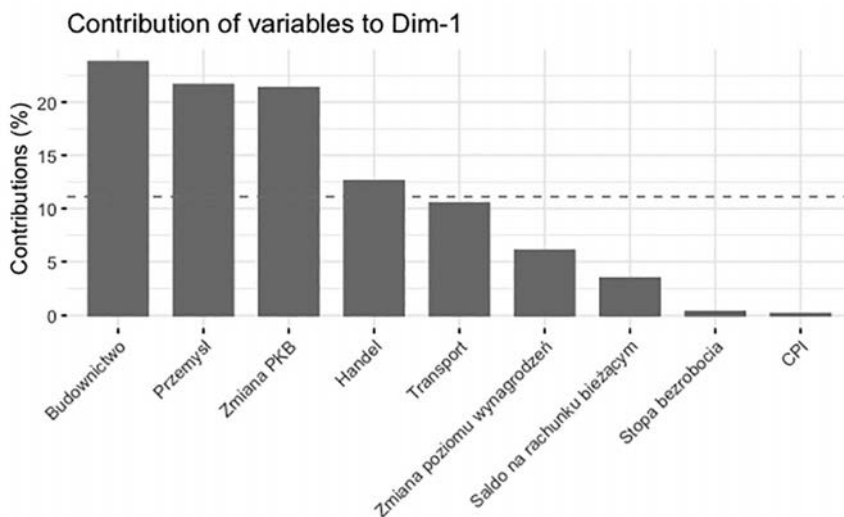
Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS, IRG SGH i ITS.

Rysunek 1. Procent wyjaśnionej wariancji przez kolejne główne składowe



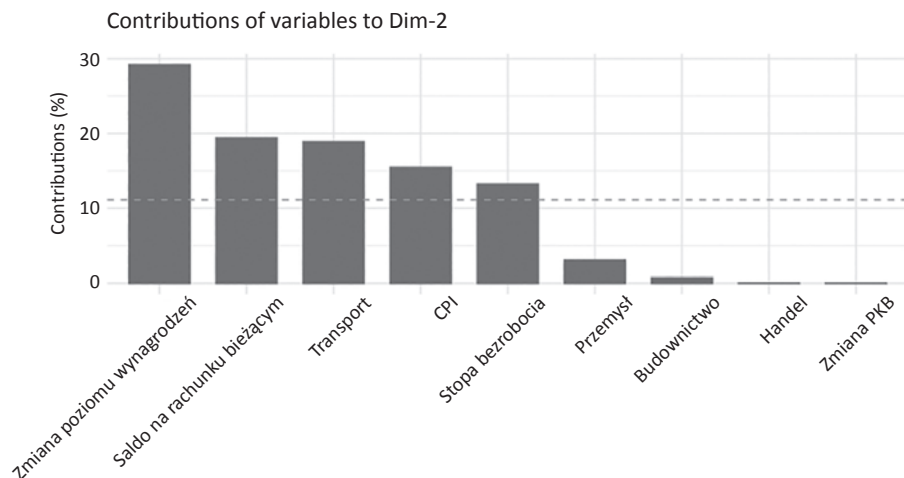
Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS, IRG SGH i ITS.

Rysunek 2. Wkład poszczególnych wskaźników do pierwszej głównej składowej



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS, IRG SGH i ITS.

Rysunek 3. Wkład poszczególnych wskaźników do drugiej głównej składowej



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS, IRG SGH i ITS.

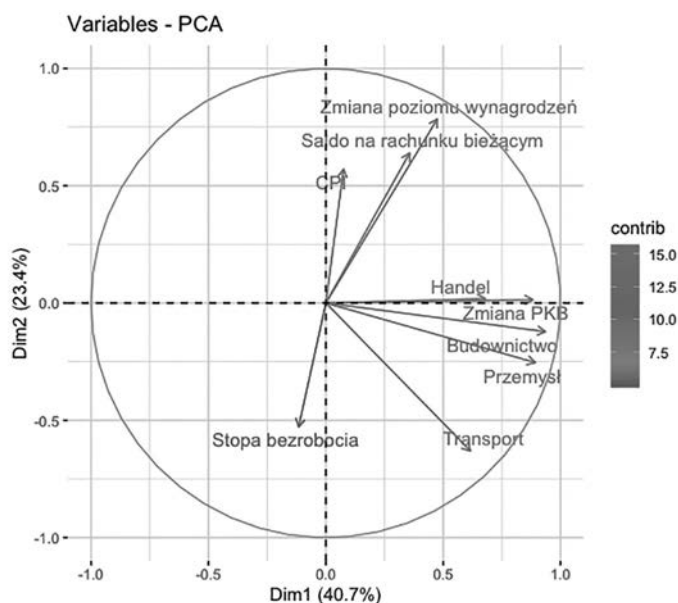
Współrzędne końca każdego z wektorów wykreślonych na rysunku 4 to odpowiadający mu ładunek czynnikowy analizowanej zmiennej. Długość wektora reprezentuje zasób informacyjny zmiennej pierwotnej, jaki niosą składowe główne, wyznaczające układ współrzędnych. Im dłuższy wektor, tym większy jest wkład zmiennej pierwotnej w budowę składowych. W przypadku analizy opartej na macierzy korelacji (tu przeprowadzonej) ładunki są wartościami współczynnika korelacji pomiędzy zmiennymi źródłowymi a głównymi składowymi. Im dana zmienna pierwotna leży bliżej brzegu koła jednostkowego (rysunek 4), tym silniejsza jest jej reprezentacja przez główne składowe.

Widać wyraźnie, że pierwsza składowa w największym stopniu reprezentuje salda ocen przedsiębiorstw budowlanych i przemysłowych co do ogólnej sytuacji gospodarczej w kraju oraz stopę wzrostu płac. Znak współrzędnych końca wektora, czyli znak ładunku czynnikowego, wskazuje na dodatnią lub ujemną korelację zmiennej pierwotnej i składowych głównych. Jeżeli rozpatrujemy łącznie obie osie (dwie składowe), wówczas zmienne pierwotne mogą być kwalifikowane do jednej z czterech kategorii zależnie od kombinacji znaków $+/-$ ich ładunków czynnikowych. Dodatnią korelację z pierwszą składową

stwierdzono dla wszystkich wskaźników z wyjątkiem stopy bezrobocia. Kąt między wektorami wskazuje na skorelowanie zmiennych pierwotnych:

- $0 < \alpha < 90^\circ$ – im kąt pomiędzy wektorami reprezentującymi zmienne pierwotne jest mniejszy, tym silniejsza jest dodatnia korelacja pomiędzy tymi zmiennymi;
- $\alpha = 90^\circ$ – wektory te są prostopadłe, czyli zmienne pierwotne nie są skorelowane;
- $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ – im kąt pomiędzy wektorami reprezentującymi zmienne pierwotne jest większy, tym silniejsza jest ujemna korelacja pomiędzy tymi zmiennymi.

Rysunek 4. Ładunki czynnikowe zmiennych pierwotnych

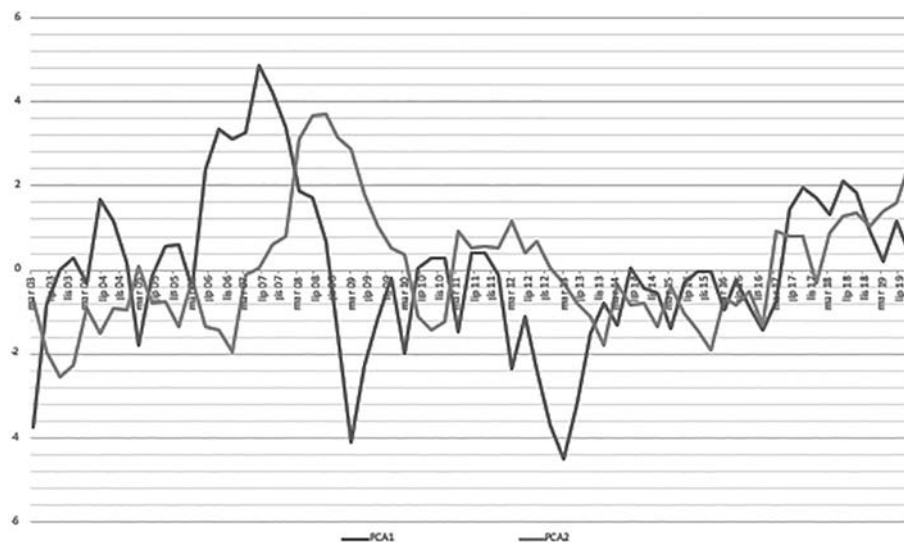


Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS, IRG SGH i ITS.

Oceniając wagę każdego wskaźnika, można zauważyć, że saldo rachunku obrotów bieżących, CPI oraz stopa wzrostu płac są silnie powiązane z drugim składnikiem, co budzi obawę o ich zdolność identyfikacji pozycji cyklicznej. Rysunek 5 pokazuje, że druga składowa nie ujawnia silnego wzorca cyklicznego.

Stopa bezrobocia i salda oceny sytuacji gospodarczej w przypadku drugiej składowej mają poprawny znak ujemny (są to najbardziej jednoznaczne wskaźniki cyklu). Stopa wzrostu realnego PKB nie jest skorelowana z drugim składnikiem, a powyższe pięć zmiennych wyjaśnia jedynie 35,9% drugiego komponentu.

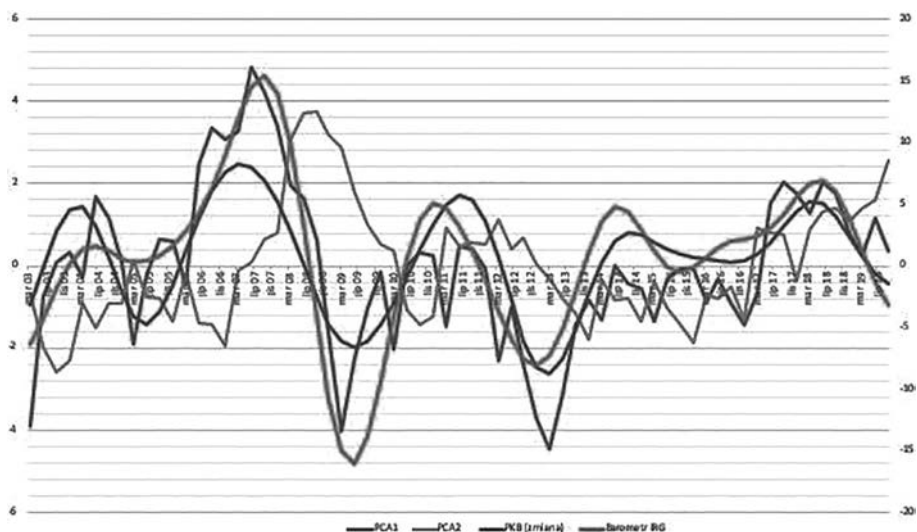
Rysunek 5. Porównanie dwóch pierwszych głównych składowych



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS, IRG SGH i ITS.

Z uwagi na te problemy oszacowano lukę produktową tylko na podstawie pierwszego komponentu. Rysunek 6 porównuje składnik cykliczny otrzymany w wyniku analizy głównych składowych z cyklem wyznaczonym za pomocą filtra Christiano-Fitzgerarda z dwóch wskaźników: stopy wzrostu realnego PKB i barometru koniunktury IRG SGH, który jest wskaźnikiem złożonym z sześciu wskaźników koniunktury, opracowywanych przez IRG SGH i ITS. Wykres pokazuje, że luka produktowa PCA ściśle koresponduje z luką produktową Ch-F. Obie są wysoce skorelowane, wykazują podobną ewolucję po wybuchu światowego kryzysu gospodarczego i finansowego 2007–2009, a także różne prędkości następującego po nim ożywienia gospodarczego.

Rysunek 6. Porównanie składników cyklicznych



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS, IRG SGH i ITS.

4. Podsumowanie

Z przeprowadzonego badania wynika, że luka produktowa, oszacowana metodą głównych składowych na podstawie analizy wybranych wskaźników cyklu koniunkturalnego, jest zbieżna z luką produktową wyznaczoną za pomocą filtra Christiano-Fitzgeralda z szeregów stopy wzrostu realnego PKB i barometru IRG SGH. Analiza potwierdza niejednoznaczne sygnały cykliczne, wysyłane przez tradycyjne wskaźniki cyklu, takie jak: wskaźnik wzrostu cen dóbr konsumpcyjnych i saldo na rachunku bieżącym. Ocenia się, że skuteczność metody PCA w identyfikacji luki produktowej i bieżącej pozycji cyklicznej polskiej gospodarki wynika stąd, iż ekstrahuje ona sygnał cykliczny ze wskaźników opisujących tendencje zachodzące zarówno na rynku pracy, jak i rynku produktów. Analiza dowiodła zarazem wysokiej przydatności jakościowych wskaźników koniunktury konstruowanych na podstawie danych pochodzących z badań koniunktury IRG SGH.

Bibliografia

- Adamowicz E., Dudek S., Pachucki D., Walczyk K. (2009). *Synchronizacja cyklu koniunkturalnego polskiej gospodarki z krajami strefy euro w kontekście struktury tych gospodarek*. W: „Raport na temat pełnego uczestnictwa Rzeczypospolitej Polskiej w trzecim etapie Unii Gospodarczej i Walutowej. Projekty badawcze”. Część I (8–224). Narodowy Bank Polski, Warszawa.
- Christiano L., Fitzgerald T.J. (2003). *The Bandpass Filter*, „International Economic Review”, vol. 44(2), s. 435–465.
- Clark P.K. (1987). *The Cyclical Component of U.S. Economic Activity*, „Quarterly Journal of Economics”, vol. 102(4), s. 797–814.
- Fagiolo G., Napoletano M., Piazza M., Roventini A. (2009). *Detrending and the Distributional Properties of U.S. Output Time Series*, „LEM Working Paper Series”, no. 14.
- Fleischman C., Roberts J. (2011). *From Many Series, One Cycle: Improved Estimates of the Business Cycle from a Multivariate Unobserved Components Model*, „Finance and Economics Discussion Series Working Paper”, no. 46.
- Gayer C., Marc B. (2018). *A New Modesty? Level Shifts in Survey Data and the Decreasing Trend of “Normal” Growth*, „European Economy Discussion Paper”, no. 083.
- Harvey A.C. (2005). *Readings in Unobserved Components Models*, Oxford: Oxford University Press.
- Harvey A.C., Koopman S.J., Shephard N. (2004). *State-Space and Unobserved Component Models. Theory and Applications*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Havik K., McMorrow K., Orlandi F., Planas C., Raciborski R., Röger W., Rossi A., Thum-Thysen A., Vandermeulen V. (2014). *The Production Function Methodology for Calculating Potential Growth Rates and Output Gaps*, „European Economy Economic Papers”, 535.
- Komisja Europejska (2019). *European Economic Forecast. Autumn 2019*, „Institutional Paper”, no. 115.
- Larsson G., Vasi T. (2012). *Comparison of Detrending Methods*, Uppsala: Uppsala University.
- Roeger W., McMorrow K., Hristov A., Vandermeulen V. (2019). *Output Gaps and Cyclical Indicators*, „European Commission Discussion Paper”, no. 104.
- Watson M.W. (1986). *Univariate Detrending with Stochastic Trends*, „Journal of Monetary Economics”, vol. 18, s. 49–75.

Źródła internetowe

Tooze A. (2019). *Output Gap Nonsense*, Social Europe, <https://www.socialeurope.eu/output-gap-nonsense> [dostęp: styczeń 2020].

Rozdział 10

MŁODZI PROFESJONALIŚCI CZY DOŚWIADCZENI EKSPERCI? KLUCZOWI DLA WZROSTU GOSPODARCZEGO WYSPECJALIZOWANI UCZESTNICY RYNKU PRACY¹

1. Wstęp

Jakość wykształcenia pracowników odgrywa kluczową rolę na współczesnych rynkach pracy (Card, 1999; Healy, Côté, 2001; Barro, Lee, 2015; Hanushek, Woessmann, 2015, Goczek, Witkowska, Witkowski, 2020). Setki

¹ Sfinansowano ze środków badawczych grantu Narodowego Centrum Nauki „Jakość edukacji i jej znaczenie jako czynnika wzrostu gospodarczego i determinanty innych wskaźników socjoekonomicznych; analiza z wykorzystaniem metod ekonometrii panelowej, analizy kointegracyjnej i uśredniania bayesowskiego” (nr UMO-2015/17/B/HS4/02095).

badan przeprowadzonych w wielu różnych krajach i dla różnych przedziałów czasowych wskazują, że osoby lepiej wykształcone nie tylko zarabiają więcej i pracują w zawodach uznawanych za bardziej prestiżowe niż osoby gorzej wykształcone, ale także są mniej narażone na ryzyko bezrobocia, są generalnie bardziej zorientowane na cele oraz wchodzą w bardziej satysfakcjonujące interakcje z innymi (por. Barro, Lee, 2015; Oreopoulos, Salvanes, 2009). Ostatnie dwie właściwości jedynie pozornie mogą wydawać się niezwiązane z produktywnością. Dla gospodarek w coraz większym stopniu opartych na wiedzy, a w mniejszym na efektywności wykonywania mechanicznych zadań, duże znaczenie ma dążenie do realizacji długookresowych celów osobistych i organizacyjnych oraz umiejętność współpracy z innymi. We współczesnym, błyskawicznie zmieniającym się świecie sukces firm i gospodarek bardziej niż kiedykolwiek związany jest z tym, na ile łatwo przychodzi im dostosowywanie się do zmian oraz jak szybko uczą się i dzielą wiedzą. Rozwój technologii informacyjnych i komunikacyjnych, globalizacja działalności gospodarczej oraz wzrastające potrzeby z jednej strony brania na siebie większej osobistej odpowiedzialności, a z drugiej potrzeba rosnącej autonomii osobistej znacząco zwiększyły zapotrzebowanie na uczenie się, wydłużając średni okres formalnej edukacji (Healy, Côté, 2001). Większość ekonomistów i innych przedstawicieli nauk społecznych jest zgodnych, że kompetencje i wiedza odgrywają kluczową rolę w stymulowaniu wzrostu gospodarczego (Barro, Lee, 2015; Hanushek, Woessmann, 2015, Goczek i in., 2020; Healy, Côté, 2001).

Jednocześnie można domniemywać, że z punktu widzenia funkcjonowania gospodarki, znaczenie jakości kapitału ludzkiego, czyli z perspektywy rynku pracy – odpowiedniego wykształcenia i doświadczenia pracowników, nie musi być jednorodne względem wieku. O ile więc jest oczywiste, że odpowiednia jakość edukacji, przekładająca się na dobre wykształcenie, jest kluczowa w przypadku wszystkich uczestników rynku pracy, o tyle pojawia się pytanie: pracownicy w jakim wieku są kluczowi dla rozwoju gospodarki na tyle, by można było domniemywać, że to jakość właśnie ich wykształcenia jest kluczowa dla wzrostu gospodarki. Innymi słowy: jakość edukacji jakiej kohorty wiekowej powinno się brać pod uwagę w empirycznych modelach wzrostu

gospodarczego, w których uwzględnia się jakość kapitału ludzkiego lub przynajmniej, jaką kohortę wiekową powinno się w nich uwzględniać z większą wagą. Czy zatem to młodzi profesjonalści, czy też dojrzały, doświadczeni eksperci i jakość ich przygotowania decyduje o sile gospodarki?

Struktura niniejszego rozdziału jest następująca. Po niniejszym wprowadzeniu, w części drugiej omawiamy krótko psychologiczne i ekonomiczne aspekty zjawiska, poszukując teoretycznego uzasadnienia dla znaczenia wybranej kohorty bądź kohort. Część trzecia zawiera opis przeprowadzonego badania empirycznego, zaś w części czwartej dokonujemy podsumowania i przedstawiamy główne wnioski z analizy.

2. Psychologiczne i ekonomiczne aspekty zróżnicowania wiekowego i ich potencjalne konsekwencje dla znaczenia na społeczeństwa i rynku pracy

Rozważając psychologiczne aspekty zjawiska, można wskazać na wiele podejść i teorii opisujących cykl życia człowieka. Jednocześnie należy zauważyć, że samo zjawisko nie jest jednorodne w czasie: zmianom gospodarczym towarzyszą głębokie zmiany społeczne, które przejawiają się opóźnieniem momentu rzeczywistego wchodzenia w dorosłość. Dla większości młodych ludzi w krajach uprzemysłowionych okres od późnego wieku nastoletniego do połowy lub końca trzeciej dekady życia to czas głębokich zmian i wyzwań, porządanie sobie z którymi może zaważyć na całym przyszłym życiu (Arnett, Tanner, 2006). Zgodnie z teorią rozwoju psychospołecznego Erika Eriksona (1968), między 20. a 30. rokiem życia przypada okres wczesnej dorosłości. Podstawowy kryzys u osoby w tym wieku wymaga rozstrzygnięcia konfliktu między intymnością a izolacją. Zdaniem Eriksona (1968) na tym etapie ludzie poszukują towarzystwa osób bliskich i budowy opartych na miłości związków intymnych. Dla wielu to okres zakładania rodziny. Tworzenie więzi wymaga od jednostki przyjęcia pewnych zobowiązań i częściowego ograniczenia własnej niezależności. Młodzi dorośli poszukują głębszej intymności oraz związków

dających satysfakcję. Tym samym w efekcie nieudanych prób w nawiązywania znajomości pojawić się może potrzeba izolacji. Jednocześnie we współczesnych społeczeństwach to właśnie wtedy młodzi ludzie uzyskują wykształcenie i kompetencje, które mają zapewnić im fundament dla przyszłych dochodów i budowy kariery zawodowej (Chisholm, Hurrelmann, 1995; Arnett, Tanner, 2006).

W kolejnym etapie, średniej dorosłości, która według Eriksona (1968) przypada między 35. a 65. rokiem życia kluczowe jest rozstrzygnięcie konfliktu między produktywnością a stagnacją. Na tym etapie zdaniem Eriksona (1968) człowiek za swoje priorytety uznaje pracę, karierę i rodzinę. Jest to okres, kiedy ludzie biorą na siebie większą odpowiedzialność. Jest to okres w życiu, kiedy kluczowe staje się wcielenie w życie idei Eriksonowskiej produktywności, czyli podjęcia się wyprodukowania czegoś, co wyraźnie odznacza się w społeczeństwie.

Z kolei w modelu Daniela Levinsona (1986) używa się pojęcia wczesnej dorosłości. Według Levinsona (1986) wczesna dorosłość zaczyna się około 17. roku życia i trwa do około 45. roku i zaczyna się od wczesnej transformacji dorosłych. Początek tego okresu jest podobny do fazy wczesnej dorosłości w teorii Eriksona (1968), ponieważ obie odnoszą się do momentu wystąpienia kryzysu tożsamości lub pomieszania ról. To na tym etapie młody dorośli najpierw uzyskuje niezależność (finansową lub inną) i opuszcza dom. Jest to etap przejściowy, ponieważ oznacza koniec okresu dojrzewania i początek dorosłości. Levinson (1986) uważa, iż to okres, kiedy człowiek ma najwięcej energii życiowej i zasobów osobistych, a jednocześnie targają nim największe sprzeczności i przeżywa poważne stresy. Z perspektywy biologicznej szczyt możliwości przypada na trzecią i czwartą dekadę życia. Z perspektywy psychologicznej i społecznej okres wczesnej dorosłości to czas doprecyzowywania i realizacji młodzieńczych aspiracji, określania swojego miejsca w społeczeństwie, zakładania rodziny, a bliżej końca tego okresu – zajmowania pozycji bardziej doświadczonego dorosłego.

Zdaniem Levinsona (1986) z jednej strony człowiek może czerpać satysfakcję z przeżywania miłości, z życia seksualnego, rodzinnego, zawodowego; także

z budowania swojej ścieżki kariery i drodze do osiągnięcia statusu życiowego. Z drugiej strony jest to okres, kiedy może odczuwać silną presję i przeżywać potężne stresy, związane z odpowiedzialnością za rodzinę oraz z budowaniem kariery zawodowej. To czas podejmowania kluczowych decyzji życiowych w odniesieniu do angażowania się w poważne związki, tworzenia rodziny i drogi zawodowej, przy jednoczesnym stosunkowo niewielkim doświadczeniu życiowym, z którego można czerpać. Wczesna dorosłość to zdaniem Levinsona (1986) okres, w którym człowiek jest pod szczególnie dużą presją, zarówno pochodzącą z wewnątrz, jak i z zewnątrz. Presja z wewnątrz dotyczy własnych ambicji i celów życiowych, zaś na presję zewnętrzną składają się oczekiwania ze strony rodziny, pracodawcy i społeczeństwa. Przy odpowiedniej dozie szczęścia pozytywne strony tego okresu życia są bardzo duże, ale nie można zapominać, że ponoszone przez jednostkę koszty biologiczne i psychiczne mogą być podobne lub nawet wyższe niż osiągnięte korzyści. Levinson uważa jednocześnie, że obecność mentora bądź starszego nauczyciela ma duży wpływ na poprowadzenie osoby przez przeszkody na ścieżkach kariery.

Mimo że zdaniem Levinsona (1986) ludzie różnią się między sobą tym, jak podchodzą do wyzwań rozwojowych oraz udaje im się je w różnym stopniu z powodzeniem realizować, to argumentuje on, że charakter zadań rozwojowych wyznacza prezentowanie określonych postaw i odciska bardzo wyraźne piętno na etapach rozwoju człowieka.

Najmłodsi z młodych dorosłych, mniej więcej do ukończenia 30. roku życia, będą zatem próbować podejmować pewne zobowiązania, ale jednocześnie będą starać się, aby nie miały one charakteru „ostatecznego”, zamkniętego. Ludzie różnią się między sobą pod względem tego, na ile każde z tych zadań jest dla nich ważne – można zatem obserwować całkowite ignorowanie zadania rozwojowego, jak również wahanie co wybrać, a także próby pracy nad każdą ze sfer życia (Ornstein, Cron, Slocum, 1989). Opierając się na przekonaniu, że wejście do świata dorosłych nosi znamiona tymczasowości w kategoriach ostatecznego wyboru miejsca pracy czy partnera, można założyć, że pracownicy przed trzydziestką będą mniej lojalni wobec pracodawcy, mniej zaangażowani w pracę i ogólnie mniej zadowoleni z pracy ogólnie niż osoby

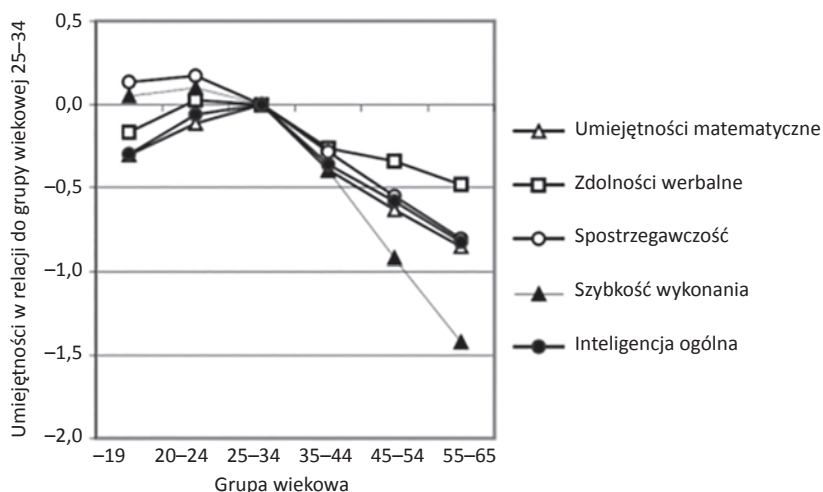
w jakiejkolwiek innej grupie wiekowej (Ornstein i in., 1989). Ornstein i in. (1989) stawiają tezę, że ludzie w tej grupie będą przejawiać relatywnie większą gotowość porzucenia obecnej pracy i przeprowadzki w inną miejscę, aby tam żyć i pracować niż osoby w innych grupach wiekowych. Ze względu na brak doświadczenia zawodowego zakłada się, że wydajność pracy osób na tym etapie życia będzie niższa niż osób na jakimkolwiek innym etapie życia (Ornstein i in., 1989).

Późny okres nastoletni i początek trzeciej dekady życia stał się jednocześnie nie tylko krótkim momentem przejścia od dzieciństwa do dorosłości, ale wyrazistym okresem cyklu życia, dla którego charakterystyczne są zmiany wybranej drogi i testowanie możliwych kierunków życia (Arnett, Tanner, 2006). Tendencję tę łatwo zauważyć, analizując dane demograficzne. Przykładowo, w Stanach Zjednoczonych w latach 70. XX wieku mediana wieku zawarcia małżeństwa wynosiła około 21 dla kobiet i 23 dla mężczyzn, podczas gdy w roku 2019 wynosiła prawie 28 lat dla kobiet i prawie 30 lat dla mężczyzn (United States Census Bureau, 2019). Dla Polski mediana ta wynosiła 22 dla kobiet i 24 dla mężczyzn (GUS), zaś w roku 2018 prawie 29 lat dla obu płci (GUS, 2018). Zmiany dotyczące wieku, w którym człowiek zostaje po raz pierwszy rodzicem, wyglądają podobnie. Jednocześnie gwałtownie wzrasta średni poziom wykształcenia. Począwszy od połowy XX wieku odsetek Amerykanów, którzy uzyskali wyższe wykształcenie, stale rósł z 14% w 1940 do 60% w latach 90. (Arnett, Taber, 1994; Bianchi, Spain, 1986). Podobne zmiany zaszły w innych krajach uprzemysłowionych (Chisholm, Hurrelmann, 1995; Noble, Cover, Yanagishita, 1996).

Vegard Skirbekk w opublikowanej w 2008 roku w pracy przeglądowej poświęconej analizie związku między wiekiem i produktywnością pracownika, powołując się na Avolio i Waldmana (1994), wskazuje, że mierzony testowo w prowadzonych w USA od 1970 do 1984 roku badaniach przy użyciu Ogólnego Testu Zdolności (*General Aptitude Test Battery*) poziom sprawności intelektualnej zatrudnionych białych mężczyzn i kobiet do 65. roku życia, po osiągnięciu maksimum między 20. a 30. rokiem życia dość gwałtownie spada w odniesieniu do większości typów zdolności; zarówno inteligencji

ogólnej, jak i zdolności werbalnych i liczbowych, spostrzegawczości i szybkości wykonania, jak pokazano na rysunku 1 (Avolio, Waldman, 1994).

Rysunek 1. Dynamika zmian zdolności poznawczych z wiekiem



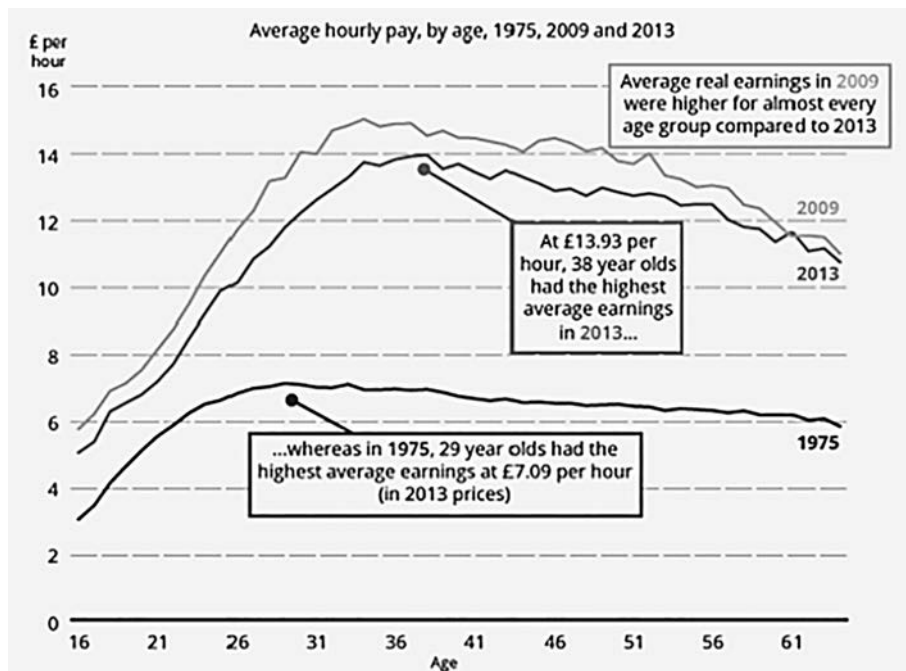
Źródło: Avolio, Waldman, 1994.

Z kolei dane pochodzące z opublikowanego przez Office for National Statistics w 2014 roku raportu *Wynagrodzenia w gospodarce brytyjskiej na przestrzeni ostatnich 40 lat (UK Wages Over the Past Four Decades)* wskazują, że trzydziestolatkowie są najlepiej wynagradzaną grupą wiekową. Oczywisty związek wynagrodzeń z produktywnością pozwala na podstawie neoklasycznych modeli ekonomicznych przyjąć, że jest to grupa o kluczowym znaczeniu dla gospodarki i wzrostu gospodarczego.

Z opisanych powyżej powodów wybór *a priori* kohorty trzydziestolatków jako kluczowej i wysoka ocena znaczenia jakości odebranej przez nich edukacji w kontekście produktywności dla gospodarki wydaje się jak najbardziej uzasadniona. Można przyjąć, że w wieku około 30 lat praktycznie wszyscy zakończyli proces formalnej edukacji, zarówno osoby, które pracują w zawodach wymagających krótszego przygotowania i tym samym mniejszej liczby lat formalnej edukacji, jak i osoby pracujące w zawodach wymagających długiego okresu

formalnego kształcenia edukacji (lekarze specjaliści, inżynierowie, managerowie). Jednocześnie jest to moment na tyle wcześnie na ścieżce kariery zawodowej, że tylko niewielka część populacji napotyka już na bariery fizyczne bądź psychiczne ograniczające ich produktywność.

Rysunek 2. Zarobki za godzinę (mediana) w UK jako funkcja wieku w 1975 i 2013 r.



Źródło: Office for National Statistics (ONS). (2014). UK Wages Over the Past Four Decades.

Pytanie o to, jaki we własnej ocenie zawód będą wykonywać w wieku 30 lat, pada również przy okazji przeprowadzania testu PISA. Uczniowie mogą wskazać, czy widzą siebie w przyszłości, w wieku 30 lat (podwojony wiek w momencie badania) jako wykonujących zawody inżynierskie i bezpośrednio związane z nauką, medyczne czy informatyczne (Federowicz, Sitek, 2017), co – jak się wydaje – wiąże się z milczącym potraktowaniem trzydziestolatków jako kluczowych dla funkcjonowania rynku i próbą powiązania ich umiejętności w wieku lat 15, kiedy są badani testami PISA, z perspektywami

rozwoju różnych segmentów rynku, kiedy obecni nastolatkarze osiągną dojrzałość zawodową. Program badań PISA (*Programme for International Student Assessment* – Program Międzynarodowej Oceny Umiejętności Uczniów) został stworzony w 1997 roku przez międzynarodowe konsorcjum nadzorowane przez Organizację Współpracy Gospodarczej i Rozwoju. Głównym celem było opracowanie narzędzi, pozwalających na porównywanie kompetencji uczniów pochodzących z różnych krajów. Począwszy od 2000 roku, co trzy lata są oceniane umiejętności jednego rocznika uczniów, którzy ukończyli 15 lat, w trzech dziedzinach uznanych za kluczowe w życiu współczesnego człowieka i do pełnego uczestnictwa w życiu społecznym i gospodarczym: czytaniu ze zrozumieniem, matematyce i naukach przyrodniczych (*Reading, Mathematics i Science*). Test jest tworzony niezależnie od programów nauczania w poszczególnych krajach, zaś wyniki testu PISA nie tyle sprawdzają, na ile uczniowie są w stanie odtworzyć to, czego się nauczyli, ile badają również umiejętności ekstrapolowania wiedzy do rozwiązywania problemów zarówno takich, z jakimi mogą zetknąć się w szkole, jak i poza nią (OECD, 2019). Przyjmuje się, że Program Międzynarodowej Oceny Umiejętności Uczniów jest wyjątkowy z kilku powodów – podkreślenia perspektywy polityki edukacyjnej, stosowania innowacyjnej koncepcji „biegłości” (*literacy*), ujmowania perspektywy uczenia się przez całe życie, regularności – badanie jest prowadzone co trzy lata oraz zakresu badania (OECD, 2019).

Perspektywa polityki edukacyjnej łączy dane dotyczące efektów uczenia się uczniów z danymi o pochodzeniu i postawach uczniów wobec uczenia się oraz z kluczowymi czynnikami kształtującymi ich uczenie się w szkole i poza nią. Dzięki temu wyniki w testach PISA rzucają nowe światło na różnice w wynikach między krajami i pozwalają zidentyfikować cechy uczniów, szkół i systemów edukacji, które przekładają się osiągnięcie dobrych wyników (OECD, 2019).

Wypracowana na potrzeby testów PISA innowacyjna koncepcja „biegłości”, odnosi się do oceny kompetencji uczniów w zakresie wykorzystania swojej wiedzy i umiejętności w kluczowych obszarach oraz do skutecznej analizy, rozumienia i definiowania rozwiązań problemów w różnych sytuacjach (OECD, 2019). Z kolei perspektywa uczenia się przez całe życie przejawia się w tym,

że w ramach prowadzonego badania testami PISA prosi uczniów o określenie motywacji do nauki, ich przekonań na temat siebie i strategii uczenia się, a nie tylko ocenia się osiągnięcia (OECD, 2019). Regularność umożliwia rządowi krajów monitorowanie postępów w osiąganiu kluczowych celów uczenia się. Badaniem testami PISA 2018 objęte są wszystkie 37 kraje OECD oraz 42 kraje partnerskie i gospodarki.

Czy jednak faktycznie oparcie się na przytoczonych argumentach jest dostatecznym uzasadnieniem dla uznania trzydziestolatków, a szczególnie jakości ich edukacji, za kluczowe dla rozwoju gospodarek, zwłaszcza biorąc pod uwagę fakt, że w coraz większym stopniu rozwój nowych technologii przenosi akcent fizycznie rozumianej produktywności w kierunku wiedzy i niewątpliwie także zdobywanego z czasem doświadczenia, czego częściowym potwierdzeniem jest zaobserwowana na rynku brytyjskim zmiana momentu osiągnięcia najwyższej mediany zarobków? Aby podjąć próbę odpowiedzi na to pytanie, proponujemy konstrukcję modelu opisującego wpływ jakości edukacji mierzonej przy użyciu wskaźnika PISA dla danej kohorty na wzrost gospodarczy.

3. Wyniki badania empirycznego

Z istniejącej literatury ekonomicznej wnioskować można, iż populacja osób w wieku około 30 lat odznacza się największą produktywnością, konsekwencją czego jest kształt krzywej zależności zarobków od wieku. Literatura o podłożu psychologicznym, dotycząca badań z obszaru nauk o zarządzaniu, pozostawia jednak sporo wątpliwości. Goczek i in. (2020) wykorzystują w modelu wzrostu opóźnioną o 15 lat szacowaną przeciętną wartość wyników w testach PISA, uzyskaną dla poszczególnych krajów. Biorąc pod uwagę, że testy PISA przeprowadzane są na populacji piętnastolatków, można stwierdzić, że uwzględnienie w modelu piętnastoletniego określenia wskaźnika PISA w modelu odpowiada uwzględnieniu w modelu aproksymanty jakości kształcenia w populacji obecnych trzydziestolatków (którzy podlegali ocenie 15 lat wcześniej, gdy mieli 15 lat). Otwartym jednak pozostaje pytanie: czy faktycznie ten rząd opóźnienia

powinien być brany pod uwagę, co jest tożsame z odpowiedzią na pytanie: czy właśnie trzydziestolatkowie i jakość ich wykształcenie mają kluczowe znaczenie dla rozwoju gospodarki, czy też w większym stopniu decydujące jest wykształcenie np. czterdziestolatków. Fakt, iż w charakterze mierników jakości kształcenia wykorzystywane są wskaźniki PISA, oznacza, że wykształcenie, którego jakość jest uwzględniona w analizie, to w istocie wykształcenie na poziomie szkoły podstawowej oraz gimnazjalnej. Tym samym nie uwzględniamy potencjalnego zróżnicowania w czasie przeciętnej jakości wykształcenia wyższego. Stanowi to o pewnej niedoskonałości badania, jednak psychologowie od lat podkreślają, jak duże znaczenie mają optymalne warunki rozwoju we wczesnym dzieciństwie dla kształtowania się umiejętności koniecznych dla późniejszych osiągnięć szkolnych i akademickich, przekładających się na przyszłą karierę zawodową, a także na umiejętności społeczne i dobrostan psychiczny (Goczek i in., 2020; Magnuson, Duncan, 2016).

W niniejszym artykule podejmujemy próbę empirycznego określenia wieku charakteryzującego pracowników, których przygotowanie na etapie szkolnym ma kluczowe znaczenie dla wzrostu gospodarki, rozszerzając zatem rozważania Goczka i in. (2020), w których przyjęto założenie o kluczowości wpływu trzydziestolatków bez dalszej weryfikacji empirycznej.

Istotnym problemem występującym w procesie identyfikacji jest fakt, iż badania PISA rozpoczęto w roku 2000, tym samym nie są dostępne jednorodne szeregi umożliwiające obserwację i kompatybilny w czasie pomiar jakości edukacji szkolnej w okresie wieloletnim, poza miarami typowo ekonomicznymi, jak nakłady na kształcenie. Rozwiązanie problemu proponują Goczek i in. (2020). Opisaną przez nich procedurę stosujemy również w tym miejscu, wprowadzając jednak pewne zmiany. W jej pierwszym kroku dokonujemy interpolacji liniowej wyników przeprowadzanych co trzy lata testów PISA na szeregi o częstotliwości rocznej. W odróżnieniu od wcześniejszego badania Goczka i in. (2020), analizę opieramy na danych o komplecie przeprowadzonych testów z lat 2000–2018. Należy dodać, że dla każdego kraju uwzględniamy medianę wyników testów PISA w trzech obszarach: umiejętności matematycznych, przyrodniczych i czytania ze zrozumieniem. Wykorzystanie miary pozycyjnej

(mediany) oznacza skupienie się na wykształceniu typowych członków populacji, a nie jakości pracy z uczniami o skrajnie wysokim potencjale. Z analiz wynika bowiem, że to jakość przygotowania szerokiej grupy typowych reprezentantów populacji, a nie pojedynczych liderów, powinna być priorytetem nie tylko z pobudek humanistycznych, ale także ekonomicznych (Hanushek, Woessmann, 2015, poświęcają wiele miejsca temu problemowi, określanemu wdzięcznie jako *rocket scientists vs basic education for all*).

W kolejnym kroku przeprowadzamy wsteczną ekstrapolację wyników testów PISA. Ich wcześniejsze wartości są potrzebne do identyfikacji adekwatnego opóźnienia i w konsekwencji identyfikacji kluczowej dla wzrostu gospodarczego subpopulacji (pod względem wieku). Jednocześnie z uwagi na wspomnianą, relatywnie krótką historię testów PISA, odpowiednio dawne pomiary nie są dostępne i mogą być jedynie aproksymowane z wykorzystaniem procedur statystycznych. Nasze wnioskowanie opieramy tu na wcześniejszych badaniach, które sugerują, że jakość edukacji jest w największej mierze związana z inwestycjami rządowymi w sektorze edukacyjnym (Barro, Lee, 2015; Heyneman, 1995; Hanushek, Woessmann, 2015). Tym samym szacujemy równanie:

$$PISA_{it}^s = \beta_0 + c_ef_i + \beta_1 GEE_{i,t-3} + \beta_2 GEE_{i,t-6} + \beta_3 GEE_{i,t-9} + \varepsilon_{it}, \quad (3.1)$$

gdzie: $PISA_{it}^s$ jest średnim wynikiem w teście PISA s -tych umiejętności (odpowiednio: matematyczne, przyrodnicze i czytania ze zrozumieniem) w kraju i , w roku t ; c_ef_i jest efektem indywidualnym dla kraju i , $GEE_{i,t-p}$ to wydatki rządowe na edukację jako % PKB w kraju i , w roku $t-p$ (opóźnione o p lat), β_0 , β_1 są parametrami modelu, a ε_{it} to składnik losowy dla kraju i w roku t . Wykorzystanie 3-, 6- i 9-letnich opóźnień umożliwia uwzględnienie krótko-, średnio- i długookresowego wpływu wydatków rządowych na jakość edukacji, choć należy zauważyć, że w przypadku większości krajów proces ten jest silnie persystentny, dlatego też estymacja powyższego równania napotyka potencjalnie na problemy współliniowości (a z kolei rozwiązania, takie jak model Koycka, wymagające przyjęcia silnych założeń parametrycznych, nie znajdują uzasadnienia w naturze modelowanego zjawiska). Należy zauważyć jednak,

że natężenie współliniowości jest tym silniejsze, im mniej oddalone od siebie w czasie są rozważane w charakterze regresorów wydatki rządowe – wykorzystanie odstępów trzyletnich powoduje, że siła ich związku jest akceptowalna z punktu widzenia modelowania. Z kolei wprowadzenie efektów indywidualnych dla krajów jest spowodowane występowaniem różnic pod względem (1) umiejętności wydatkowania środków przeznaczonych na cele edukacyjne, (2) warunków początkowych, czyli poziomu jakości kształcenia w pewnym momencie t_0 , od którego mierzone są i uwzględniane wydatki edukacyjne.

Model (3.1) został oszacowany z wykorzystaniem estymatora uogólnionej metody najmniejszych kwadratów (UMNK) z uwagi na potencjalną niesferyczność składnika losowego: persystencja wyników PISA w czasie sugeruje ryzyko wystąpienia autokorelacji, zaś szerokie spektrum krajów, w których przeprowadzane są testy PISA, z których dane tym samym wykorzystano do estymacji modelu, powoduje, że prawdopodobne staje się występowanie heteroskedastyczności składnika losowego. Odpowiednio duża liczba obserwacji ($n=700$, w tym 61 krajów tworzących panel niezbilansowany, których listę podano w tabeli 1) umożliwia wiarygodną estymację komponentów wariancyjnych, niezbędnych do dalszego szacowania przy użyciu estymatora UMNK.

Tabela 1. Liczba obserwacji dla poszczególnych krajów wykorzystanych do szacowania równania ekstrapolacyjnego (3.1)

Kraj	liczba obserwacji	Kraj	liczba obserwacji
Albania	7	Kyrgyz Republic	4
Argentina	11	Latvia	11
Australia	16	Lebanon	1
Austria	16	Liechtenstein	1
Azerbajdżan	4	Lithuania	10
Belgium	15	Luxembourg	5
Brazil	12	Macao SAR, China	9
Bulgaria	11	Malaysia	7
Canada	15	Malta	2
Chile	11	Mexico	15
Colombia	10	Moldova	2

cd. tabeli 1

Kraj	liczba obserwacji
Costa Rica	7
Croatia	4
Cyprus	3
Czech Republic	15
Denmark	15
Estonia	10
Finland	16
France	16
Georgia	2
Germany	14
Greece	9
Hong Kong SAR, China	16
Hungary	15
Iceland	15
Indonesia	16
Ireland	16
Israel	11
Italy	15
Japan	16
Kazakhstan	4
Korea, Rep.	16

Kraj	liczba obserwacji
Netherlands	13
New Zealand	16
Norway	16
Panama	1
Peru	8
Poland	16
Portugal	15
Qatar	10
Russian Federation	7
Singapore	7
Slovak Republic	13
Slovenia	10
Spain	16
Sweden	16
Switzerland	16
Thailand	16
Tunisia	13
Turkey	7
UK	16
USA	10
Uruguay	12

Źródło: opracowanie własne.

Estymacja modelu (3.1) umożliwia oszacowanie przybliżonych wartości wskaźników PISA, jakich należałoby się spodziewać w krajach biorących udział w badaniach PISA przynajmniej jednokrotnie, choć teoretycznie także i dla krajów spoza tej grupy, choć w tym ostatnim przypadku konieczne jest dodatkowe założenie dotyczące efektów indywidualnych: naturalnym wydawałoby się przyjęcie, iż dla pozostałych krajów efekty indywidualne kształtują się na poziomie średniej wartości efektu oszacowanego dla grupy badanej. Nie jest to jednak jednoznaczne, byłoby bowiem tożsame z przyjęciem, iż grupa krajów uwzględnionych w badaniu i krajów pozostałych jest pod tym względem homogeniczna, co prawdopodobnie nie ma miejsca: w badaniu PISA

uczestniczą niemal wszystkie wyżej rozwinięte kraje świata. W konsekwencji ekstrapolacji dokonujemy jedynie dla krajów biorących udział w badaniu PISA (choć Goczek i in. pokazują, że wyniki estymacji kolejnych modeli, opartych na wynikach przeprowadzanej w tym kroku ekstrapolacji, uzyskane dla pełnej populacji nie różnią się w sposób istotny statystycznie od uzyskanych dla subpopulacji krajów biorących udział w badaniu PISA). Wyniki estymacji równania (3.1) na danych z lat 2000–2018 podane są w tabeli 2.

Tabela 2. Wyniki estymacji równania (3.1)

Zmienna	Czytanie ze zrozumieniem	Umiejętności matematyczne	Umiejętności przyrodnicze
GEE (-3)	0,892*	0,342*	0,629***
GEE (-6)	1,462***	0,482*	-0,0595
GEE (-9)	-0,134	0,203**	-0,399
krajowe efekty indywidualne		- pominięto -	
stała	388,1***	391,7***	405,5***
<i>n</i>	697	697	697

*** $p < 0,01$, ** $p < 0,05$, * $p < 0,1$; krajowe efekty indywidualne pominięto z uwagi na ograniczenia ilości miejsca.

Źródło: opracowanie własne.

Jak można zauważyć, dla różnych typów umiejętności, kluczowe znaczenie mają różnie opóźnione wydatki edukacyjne, podczas gdy w przypadku umiejętności przyrodniczych dominuje wpływ krótkookresowy, w przypadku umiejętności matematycznych i czytania ze zrozumieniem horyzont czasowy obserwowalnej współzmienności jest dłuższy. Dla spójności jednak w dalszej części analizy w modelach zachowano taki sam rząd opóźnień w każdym z rozważanych przypadków pod względem typu umiejętności.

Uzyskanie ekstrapolowanych wstecznie wyników testów PISA umożliwia przeprowadzenie dalszego etapu analizy, którym jest estymacja modelu wzrostu z uwzględnieniem wskaźników PISA i identyfikacja takiego ich opóźnienia, które miałoby znaczenie dla wzrostu gospodarczego. W przeciwieństwie do Hanushka i Woessmanna (2010) budujemy model, w którym wyjaśniamy zmianę PKB jako funkcję nie tylko jakości edukacji, ale także uwzględniamy

w nim wskazane w literaturze czynniki wzrostu gospodarczego: czynniki kapitału ludzkiego (oczekiwana długość życia, zmiany wielkości populacji, jakość kapitału ludzkiego mierzona ekstrapolowanymi przeszłymi wynikami PISA) i czynniki kapitału fizycznego (poziom inwestycji, wydatki rządowe, otwartość gospodarki). Model regresji Barro dla danych panelowych z elementem konwergencji PKB między krajami typu beta można zapisać jako:

$$\Delta GDP_{it} / GDP_{i,t-1} = \gamma \ln GDP_{i,t-1} + x'_{it} \theta + u_i + \mu_{it}, \quad (3.2)$$

gdzie: GDP_{it} oznacza PKB (w cenach stałych) w kraju i w roku t , x'_{it} jest wektorem czynników wzrostu PKB kraju i w roku t , w tym odpowiednio wstecznie ekstrapolowanych wartości wskaźników PISA dla różnych umiejętności, u_i jest indywidualnym efektem kraju i , μ_{it} jest składnikiem losowym dla kraju i w roku t , γ i θ są parametrami modelu. Stosując typową transformację oraz uwzględniając fakt, że krótkookresowe zmiany PKB są na tyle niewielkie, że można przybliżyć, iż $\Delta GDP_{it} / GDP_{i,t-1} = \ln GDP_{it} - \ln GDP_{i,t-1}$, model (3.2) można zapisać w postaci:

$$\ln GDP_{it} = (\gamma + 1) \ln GDP_{i,t-1} + x'_{it} \theta + u_i + \mu_{it}. \quad (3.3)$$

Model (3.3) jest typowym, dynamicznym modelem dla danych panelowych, do którego estymacji najczęściej stosuje się estymator systemowy Blundella i Bonda (1998). Trzeba przy tym zauważyć, że w literaturze często krytykuje się wykorzystanie podejścia Blundella i Bonda do estymacji modeli makroekonomicznych. Wynika to z faktu, że warunkiem posiadania przezeń dobrych własności statystycznych jest asymptotyka warunków estymacji. Jednakże w rozważanym przypadku wydaje się, że liczba krajów wykorzystywanych do analizy (ponad 60, co w analizach makroekonomicznych, mających najczęściej charakter regionalny z uwagi na założenie homogeniczności analizowanej grupy jednostek) jest na tyle duża, że niebezpieczeństwo uzyskania wyników niewiarygodnych w związku ze zbyt małym n nie występuje.

Wykorzystanie takiego podejścia pozwala także, co czynimy w odniesieniu do wszystkich zmiennych makroekonomicznych i demograficznych, na potraktowanie zmiennych objaśniających jako endogenicznych. Odzwierciedla ich potencjalnie dwukierunkowy związek ze wzrostem PKB. Wyjątkiem są opóźnione wyniki PISA, w przypadku których nie może występować natychmiastowa relacja w przeciwnym kierunku, dlatego też traktujemy je jako ściśle egzogeniczne.

W przeprowadzonym badaniu wykorzystujemy cztery ważne czynniki z grup kapitału ludzkiego i fizycznego, które w licznych badaniach empirycznych uznawane są za jedne z kluczowych: *inv* (nakłady kapitałowe jako % PKB), *gov* (całkowite wydatki rządowe jako % PKB; w przypadku tej zmiennej poszczególne badania prowadzą do różnych wniosków odnośnie do jej wpływu na wzrost gospodarczy), *life_exp* (oczekiwana długość życia w momencie urodzenia), *open* (wartość obrotów handlowych jako % PKB) w celu wyjaśnienia logarytmu PKB w cenach stałych. Zmienna $\ln GDP(-1)$ oznacza logarytm opóźnionego rocznego PKB, jak pokazano to w opisie modelu (3.3), stąd oszacowanie parametru przy $\ln GDP(-1)$ jest faktycznie oszacowaniem $\gamma + 1$. W celu uzyskania oszacowania parametru konwergencji typu beta (w skali jednego roku) należy zatem pomniejszyć wartość tego oszacowania o 1. Jako „math”, „read” oraz „scie” oznaczono opóźnienia wskaźników PISA w poszczególnych kategoriach umiejętności, odpowiednio matematycznych, czytania ze zrozumieniem i przyrodniczych.

Wyniki estymacji modelu (3.3) podano w tabelach 3, 4 i 5. Każda z nich zawiera oszacowania modelu wzrostu, do którego włączono zmienną określającą jeden z typów umiejętności mierzonych testem PISA – kolejno umiejętności matematyczne (tabela 3), umiejętności przyrodnicze (tabela 4) i umiejętności czytania ze zrozumieniem (tabela 5).

W kolejnych kolumnach każdej z tabel 3–5 podano oszacowanie modeli różniących się rzędem opóźnienia uwzględnionego wyniku testu PISA, w przedziale od 10 do 30 lat, z pięcioletnim skokiem. Oznacza to, że w pierwszej kolumnie każdej z tabel znajdują się oszacowania modelu wzrostu, w którym poza klasycznymi czynnikami uwzględniono jakość edukacji w obszarze

matematycznym (tabela 3), przyrodniczym (tabela 4) oraz czytania ze zrozumieniem (tabela 5) obecnych dwudziestopięciolatek. W drugiej kolumnie z kolei znajdują się analogiczne oszacowania modelu, w którym uwzględniono jakość edukacji pokolenia obecnych trzydziestolatek itd. Wreszcie, ostatnia z kolumn zawiera oszacowania modelu dla pokolenia dzisiejszych czterdziestopięciolatek.

Tabela 3. Oszacowania modelu wzrostu (3.3) z uwzględnieniem umiejętności matematycznych mierzonych wynikami testu PISA

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
lnGDP(-1)	0,963***	0,965***	0,965***	0,960***	0,910***
INV	0,00329***	0,00325***	0,00322***	0,00258***	0,00293***
GOV	-0,00330***	-0,00330***	-0,00329***	-0,00350***	0,000188
LIFE_EXP	0,000111	0,0000285	0,000137	0,000427	0,00710**
OPEN	0,000392***	0,000397***	0,000411***	0,000548***	0,000633***
MATH(-10)	0,00120***				
MATH(-15)		0,00112***			
MATH(-20)			0,00108***		
MATH(-25)				0,000968**	
MATH(-30)					0,00102**
stała	-0,215*	-0,194*	-0,185*	-0,108	-0,265*
N	724	728	730	732	329

* $p < 0,05$, ** $p < 0,01$, *** $p < 0,001$.

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 4. Oszacowania modelu wzrostu (3.3) z uwzględnieniem umiejętności przyrodniczych mierzonych wynikami testu PISA

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
lnGDP(-1)	0,0,961***	0,966***	0,966***	0,961***	0,908***
INV	0,00332***	0,00324***	0,00326***	0,00257***	0,00300***
GOV	-0,00328***	-0,00321***	-0,00329***	-0,00342***	0,000136
LIFE_EXP	0,0000371	-0,0000524	0,0000346	0,000369	0,00712**
OPEN					

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
SCIE(-15)		0,00116***			
SCIE(-20)			0,00114***		
SCIE(-25)				0,000990**	
SCIE(-30)					0,00105**
stała	-0,272**	-0,227*	-0,223*	-0,135	-0,322*
N	724	728	730	732	329

* $p < 0,05$, ** $p < 0,01$, *** $p < 0,001$.

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 5. Oszacowania modelu wzrostu (3.3) z uwzględnieniem umiejętności czytania ze zrozumieniem mierzonych wynikami testu PISA

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
lnGDP(-1)	0,967***	0,975***	0,975***	0,968***	0,908***
INV	0,00319***	0,00307***	0,00302***	0,00239***	0,00317***
GOV	-0,00329***	-0,00325***	-0,00321***	-0,00341**	-0,000683
LIFE_EXP	-0,000103	-0,000452	-0,000349	0,0000299	0,00694**
OPEN	0,000457***	0,000464***	0,000469***	0,000613***	0,000696***
READ(-10)	0,00105***				
READ(-15)		0,000809**			
READ(-20)			0,000752*		
READ(-25)				0,000727*	
READ(-30)					0,000137**
stała	-0,182*	-0,124	-0,110	-0,0510	-0,334*
N	724	728	730	732	329

* $p < 0,05$, ** $p < 0,01$, *** $p < 0,001$.

Źródło: opracowanie własne.

W pierwszej kolejności należy zauważyć, że jakkolwiek między poszczególnymi kolumnami tabel 3–5 występują różnice, to nie mają one charakteru jakościowego. Niemal w każdym z przypadków modele wskazują na występowanie zależności o charakterze mak

gospodarki czy też inwestycji na wzrost gospodarczy, jest wynikiem typowo wskazywanym w literaturze przedmiotu. Negatywny wpływ poziomu interwencjonizmu (mierzonego udziałem wydatków rządowych w PKB) nie jest wnioskiem, jaki byłby formułowany w całości literatury – w różnych badaniach w tym obszarze autorzy uzyskują różne wnioski. Jednakże odporność uzyskanego rezultatu w tym zakresie podnosi wiarygodność przedstawionych obliczeń. Również oszacowanie parametru przy opóźnionym logarytmie PKB, wskazujące (w przypadku niemal wszystkich modeli) na występowanie konwergencji względnej typu beta na poziomie około 3% w skali roku, jest zgodne z wynikami podawanymi przez większość badaczy. Wreszcie, także dodatni związek oczekiwanej długości życia i stopy wzrostu PKB jest zgodny z oczekiwaniami, choć należy zauważyć, że w przypadku tej zmiennej w części modeli występowania tej zależności nie można, biorąc pod uwagę aspekt istotności statystycznej, potwierdzić. Można jednak stwierdzić, że modele są odporne na zmianę typu i rząd uwzględnionego wskaźnika PISA w równaniu, a wynikające z nich wnioski są zgodne ze standardowymi oczekiwaniami ekonomicznymi.

Analiza zależności między jakością kształcenia w teście PISA a wzrostem gospodarczym nie jest automatyczna. Identyfikacja kluczowego dla wzrostu poziomu opóźnienia wskaźnika PISA byłaby zadaniem prostym, gdyby w konstruowanych modelach niektóre z opóźnień nie miały charakteru istotnego statystycznie. Taka sytuacja nie ma miejsca: każde z oszacowanych równań wskazuje, iż dany rodzaj umiejętności i poziom jego opanowania w okresie szkolnym przez określoną kohortę wiekową w każdym przypadku ma wpływ na wzrost gospodarczy. Wskazuje to, że w przypadku pracowników w każdym rozważanym wieku, tzn. od 25. do 45. roku życia (górna granica analizy podyktowana jest przy tym dostępnością danych, nie zaś założeniem braku zależności po jej przekroczeniu) jakość ich kształcenia na etapie szkolnym przekłada się na ich późniejszy wpływ na wzrost gospodarczy – jak można przypuszczać, kanałem zwiększenia produktywności przez tych pracowników, którzy odebrali lepszej jakości kształcenie na poziomie podstawowym i średnim. Niezależnie od powyższego wniosku, zgodnie z którym jakość wykształcenia

ma wpływ na produktywność pracowników w każdym wieku, kuszącym jest podjęcie próby wyciągnięcia wniosku ilościowego: w jakim wieku wpływ ten jest najsilniejszy? Wyciągnięcie takiego wniosku na podstawie otrzymanych oszacowań na ogół wymagałoby standaryzacji zmiennych – w przeciwnym bowiem razie wartość oszacowań parametrów w naturalny sposób zależy nie tylko od siły ich wpływu na zmienną zależną, ale także od ich rozkładów, szczególnie od średniej. Jednakże sposób przedstawiania wyników PISA oraz stabilność udziału wydatków rządowych na kształcenie w całości wydatków powodują, że ekstrapolowane wstecznie wyniki PISA mają bardzo zbliżone rozkłady w każdym z okresów – w przypadku wyników matematycznych średnia waha się w przedziale od 429,23 do 431,08; w przypadku umiejętności przyrodniczych przedział to od 437,26 do 438,99, zaś w przypadku czytania ze zrozumieniem od 430,28 do 432,41. Analogiczne tendencje dotyczą także wariancji poszczególnych rozkładów, w konsekwencji czego samo porównanie ocen parametrów przy opóźnieniach wyników testów PISA może być przeprowadzone bez standaryzacji rozkładów.

Wyniki w odniesieniu do poszczególnych typów umiejętności nie są wprawdzie takie same, jednak w dużym przybliżeniu powtarza się bardzo podobny schemat. W przypadku umiejętności czytania ze zrozumieniem najsilniejszy wpływ jakości kształcenia można zaobserwować w grupie dwudziestopięciolatków. Analogiczna sytuacja dotyczy umiejętności matematycznych, zaś w przypadku umiejętności przyrodniczych zależność jest najsilniejsza w grupie trzydziestolatków. Jednocześnie jednak w każdym z przypadków zależność maleje z wiekiem niezwykle powoli i różnice w wartości oszacowań w grupach czterdziesto- i czterdziestopięciolatków a grupą dwudziestopięcio- i trzydziestolatków są bardzo niewielkie. Oznacza to, że jakkolwiek to jakość szkolnego przygotowania najmłodszych uczestników rynku ma największe znaczenie dla wzrostu gospodarczego, w przypadku starszych grup wiekowych zależność ta jest jedynie nieznacznie słabsza i nie można w żaden sposób uznać przygotowania tych grup wiekowych za mniej istotne dla wzrostu gospodarczego.

4. Podsumowanie i kierunki dalszych badań

Celem niniejszego rozdziału była identyfikacja kluczowej dla wzrostu gospodarczego grupy wiekowej: grupy, której poziom przygotowania może determinować tempo wzrostu gospodarczego, a w konsekwencji jakość życia całego społeczeństwa.

Jakkolwiek ekonomiści wskazują na dominującą rolę pokolenia trzydziestolatków, których przewaga produktywności nad osobami w innym wieku przekłada się na uprzywilejowaną pozycję w rozkładzie zarobków, badania z pogranicza psychologii i zarządzania nie są już tak jednoznaczne i sugerują, że wpływ bardziej doświadczonych uczestników rynku pracy może być równie ważny, zwłaszcza na ich doświadczenie zawodowe: malejącą z biegiem czasu zastępuje równie ważne, a być może ważniejsze doświadczenie wynikające z praktyki.

W proponowanym w artykule podejściu podjęto próbę estymacji modelu wzrostu z uwzględnieniem odpowiednich opóźnień zmiennych objaśniających, przyjmując, iż za grupę kluczową można uznać tę, której jakość przygotowania do pracy ma największe znaczenie dla kształtowania wzrostu gospodarczego. Otrzymane wyniki empiryczne wydają się być wiarygodne nie tylko z uwagi na adekwatne (zgodne z teorią) oszacowania wpływu poszczególnych czynników ekonomicznych na wzrost gospodarczy (co może być potraktowane jako element analizy odporności i jako taki podnosi wiarygodność otrzymanych wniosków), ale także dlatego, że w dużym stopniu potwierdzają wyniki obecne w literaturze ekonomicznej i sugerują, iż kluczowe dla wzrostu gospodarczego znaczenie ma jakoś przygotowania trzydziestolatków i osób nieznacznie przed 30. rokiem życia. Co jednak równie istotne, z analiz wynika, że wpływ ten w żaden sposób nie dominuje nad siłą wpływu na wzrost jakości przygotowania pokolenia czterdziestolatków (czy też szerzej, analizowanej grupy 25–45-latków). Jedynie brak odpowiednich danych uniemożliwił przeprowadzenie porównywalnej analizy w grupie pięćdziesięciolatków. Można jednak domniemywać, że obserwowana tendencja charakteryzuje się na tyle mocną stabilnością i jednorodnością, że zależność i w tej grupie wiekowej byłaby porównywalna.

Powyższy wniosek wydaje się niezwykle istotny z praktycznego punktu widzenia. Wskazuje bowiem, że jakkolwiek to w przypadku trzydziestolatków można oczekiwać, że odpowiednie przygotowanie zawodowe przełoży się na największą produktywność pracy, to także osoby starsze są istotnymi uczestnikami rynku pracy, których przygotowanie stanowić może o sukcesie lub porażce – w pierwszej kolejności, na poziomie pojedynczej firmy, w dalszej zaś całej gospodarki.

Bibliografia

- Arnett, J.J., Taber, S. (1994). *Adolescence Terminable and Interminable: When Does Adolescence end?*, „Journal of Youth and Adolescence”, 23(5), s. 517–537.
- Arnett J.J., Tanner J.L. (red.) (2006). *Emerging Adults in America: Coming of Age in the 21st Century* (s. 3). Washington, DC: American Psychological Association.
- Avolio B.J., Waldman D.A. (1994). *Variations in Cognitive, Perceptual, and Psychomotor Abilities Across the Working Life Span: Examining the Effects of Race, Sex, Experience, Education, and Occupational Type*, „Psychology and Aging”, 9(3), s. 430.
- Barro R.J., Lee J.W. (2015). *Education Matters. Global Schooling Gains from the 19th to the 21st Century*, Oxford: Oxford University Press.
- Bianchi S.M., Spain, D. (1986). *American Women in Transition*, New York: Russell Sage Foundation.
- Blundell R., Bond S. (1998). *Initial Conditions and Moment Restrictions in Dynamic Panel Data Models*, „Journal of Econometrics”, 87(1), s. 115–143.
- Card D. (1999). *The Causal Effect of Education on Earnings*, w: *Handbook of Labor Economics*, O. Ashenfelter, D.E. Card (red.), vol. 3, Amsterdam: Elsevier, s. 1801–1863.
- Chisholm L., Hurrelmann K. (1995). *Adolescence in Modern Europe: Pluralized Transition Patterns and Their Implications for Personal and Social Risks*, „Journal of Adolescence”, 18, s. 129–158.
- Erikson E.H. (1968). *Identity: Youth and Crisis*, New York: Norton.
- Federowicz M., Sitek M. (2017). *Program Międzynarodowej Oceny Umiejętności Uczniów. Wyniki badania PISA 2015 w Polsce*, Warszawa: Instytut Badań Edukacyjnych.
- Goczek Ł., Witkowska E., Witkowski B. (2020). *Jakość edukacji jako czynnik wzrostu gospodarczego*, Warszawa: Oficyna Wydawnicza SGH.

- Hanushek E.A., Woessmann L. (2010). *The High Cost of Low Educational Performance: The Long-Run Economic Impact of Improving PISA Outcomes*, OECD Publishing, 2, rue Andre Pascal, F-75775 Paris Cedex 16, France.
- Hanushek E.A., Woessmann L. (2015). *The Knowledge Capital of Nations: Education and the Economics of Growth*. Cambridge: MIT Press.
- Healy T., Côté S. (2001). *The Well-Being of Nations: The Role of Human and Social Capital. Education and Skills*. Paris: Organisation for Economic Cooperation and Development.
- Heyneman S.P. (1995). *Economics of Education: Disappointments and Potential*, „Prospects”, 25(4), s. 557–583.
- Levinson D.J. (1986). *A Conception of Adult Development*, „American Psychologist”, 41(1), 3.
- Magnuson K., Duncan G.J. (2016). *Can Early Childhood Interventions Decrease Inequality of Economic Opportunity?*, „RSF: The Russell Sage Foundation Journal of the Social Sciences”, 2(2), s. 123–141.
- Noble J., Cover J., Yanagishita M. (1996). *The World's Youth 1996*, Washington: Population Reference Bureau.
- OECD (2019). *PISA 2018 Results (Volume I): What Students Know and Can Do*, PISA, Paris: OECD Publishing, Paris.
- Ornstein S., Cron W.L., Slocum Jr J.W. (1989). *Life Stage Versus Career Stage: a Comparative Test of the Theories of Levinson and Super*, „Journal of Organizational Behavior”, 10(2), s. 117–133.
- Skirbekk V. (2008). *Age and Productivity Capacity: Descriptions, Causes and Policy Options*, „Ageing Horizons”, 8, s. 4–12.

Źródła internetowe

- Główny Urząd Statystyczny (2018?). *Małżeństwa zawarte i rozwiązane w latach 1970–2016*, https://stat.gov.pl/download/gfx/portalinformacyjny/pl/default-aktualnosci/5468/16/1/1/tablica_4.xls. [dostęp: 17.01.2020].
- Office for National Statistics (ONS). (2014). *UK Wages Over the Past Four Decades* <https://data.gov.uk/dataset/60552637-3991-4cde-bd0f-21937f7da8bd/uk-wages-over-the-past-four-decades>. [dostęp: 17.01.2020].
- Oreopoulos P., Salvanes K.G. (2009). *How Large are Returns to Schooling? Hint: Money isn't Everything* (No. w15339). National Bureau of Economic Research. <https://www.nber.org/papers/w15339.pdf>. [dostęp: 17.01.2020].
- United States Census Bureau (2019). *Historical Marital Status Tables*, <https://www.census.gov/data/tables/time-series/demo/families/marital.html> [dostęp: 17.01.2020].

Rozdział 11

ANALIZA ROZWOJU REGIONALNEGO POLSKI W LATACH 2005–2017. KONWERGENCJA CZY DYWERGENCJA?

Jednym z głównych celów polityki Unii Europejskiej jest zmniejszenie dysparytetu pomiędzy regionami Europy i wyrównywanie istniejących różnic w rozwoju. Osiągnięcie tego celu mają zapewnić fundusze strukturalne i fundusz spójności. Największe różnice istnieją między starymi i nowymi członkami Unii Europejskiej, ale są również duże między regionami poszczególnych krajów. Polska jest krajem, w którym występuje znaczące zróżnicowanie regionalnych wartości PKB *per capita*, a różnica wartości PKB w regionie najbogatszym przekracza dwukrotną wartość PKB regionu najbiedniejszego.

W niniejszym rozdziale zaprezentowano absorpcję funduszy unijnych przez poszczególne regiony i oraz ich wpływ na rozwój regionalny Polski. Absorpcja funduszy unijnych powinna stanowić podstawowe źródło niwelowania różnic pomiędzy regionami i stąd też niezwykle ważne jest stwierdzenie, czy

obserwujemy proces konwergencji rozwoju regionalnego Polski, czy też występuje zjawisko przeciwne, a więc proces dywergencji.

Rozwój regionalny przedstawiony jest z dwu różnych punktów widzenia. Pierwszy przyjmuje kategorię PKB *per capita* jako miernik rozwoju regionalnego i ścieżka wzrostu tej kategorii jest podstawą wnioskowania o istnieniu procesu konwergencji. Drugi, zgodnie z teorią, że PKB nie jest dostatecznym wskaźnikiem reprezentującym rozwój regionalny, uwzględnia zbiór różnych zmiennych odzwierciedlających rozwój, które stanowią podstawę określenia występowania konwergencji lub dywergencji.

W niniejszym rozdziale przedstawiono nową metodę analizy konwergencji opartą na teorii informacji. Rozkłady według regionów wybranych zmiennych reprezentujących różne społeczno-ekonomiczne zjawiska w porównaniu z rozkładami zmiennych traktowanych jako wzorce stanowią podstawę oszacowania miar podobieństwa. Z kolei zmiany miar podobieństwa w czasie pozwalają określić występowanie konwergencji lub dywergencji.

Analiza empiryczna dotyczy województw (NUTS 3) i obejmuje lata 2005–2017. Wyniki analizy wskazują na konieczność podjęcia zmian w polityce regionalnej, tak aby zapewnić konwergencję rozwoju regionalnego Polski.

1. Uwagi wstępne

Jednym z podstawowych założeń polityki regionalnej jest wyrównywanie różnic w rozwoju poszczególnych regionów i stąd też analiza konwergencji zajmuje ważne miejsce w ramach badań regionalnych. Zazwyczaj badania te dotyczą tempa wzrostu PKB w regionach o różnym poziomie rozwoju i określeniu horyzontu czasowego, w jakim region słabiej rozwinięty osiągnie poziom regionu najbardziej rozwiniętego. Warto zwrócić uwagę na dwa ograniczenia takiego podejścia. Pierwsze to traktowanie PKB jako jedyne miernika poziomu rozwoju regionów i drugie to „pościg za oddalającym się” poziomem PKB w regionie przodującym.

Przyczyny istniejącego zróżnicowania rozwoju regionalnego zmieniają się w czasie. Inne oddziaływały we wczesnych okresach historycznych, inne w okresie industrializacji, inne we współczesnym świecie. Ogólnie można powiedzieć, że o poziomie rozwoju w przeszłości decydowały położenie geograficzne i klimat, zasoby naturalne, łatwość transportu towarów i przemieszczania się ludzi, czynniki natury politycznej oraz aktywność ekonomiczna ludzi, a także odkrycia i wynalazki. Obecnie zdecydowanie mniejsze znaczenie mają zasoby naturalne i nawet zasoby kapitału, a najważniejszymi czynnikami stają się wiedza i zasoby kapitału ludzkiego, polityka ekonomiczna sprzyjająca aktywności gospodarczej oraz przewaga początkowa, a więc wyjściowy poziom rozwoju.

Zgodnie z zasadami ekonomii klasycznej (por. Cobb, Douglas, 1928) regionalne różnice w produktywności kapitału wpływały na przemieszczanie się kapitału z regionów o wyższym poziomie rozwoju, w których krańcowa produktywność czynników produkcji zmniejszała się, dążąc do zera, do regionów niżej rozwiniętych. W efekcie następowało wyrównywanie poziomów rozwoju.

Obecnie teoria ekonomii uwzględnia zarówno rosnące efekty skali, jak i nie malejącą produktywności czynników produkcji, w kontekście oddziaływania postępu technicznego (już Cobb i Douglas w funkcji produkcji uwzględniali zarówno rosnące efekty skali produkcji, jak i oddziaływanie postępu technicznego (Douglas, 1930). Stąd też powstały teoria i modele wzrostu endogenicznego opisane w pracach Barro (1991) oraz Barro i Sala-i-Martin (1995; 1997).

We współczesnym świecie znacznie wzrosły możliwości przemieszczania się kapitału, pracy (praca na odległość) oraz dyfuzji nowoczesnych technik i technologii (por. Kudrycka 1990; 1992; 2003; 2005). Możliwości te przyczyniają się znacząco do rozwoju regionów o niższym stopniu rozwoju, ale też nie ograniczają wzrostu w krajach wysoko rozwiniętych. Nie oznacza to jednak automatycznego wyrównywania się różnic między regionami, a wręcz przeciwnie, może powodować wzrost zróżnicowania. Stąd też badanie właściwości procesów rozwoju, a przede wszystkim stwierdzenie, czy następuje wyrównywanie się różnic oznaczające proces konwergencji, czy też występuje zjawisko przeciwne – dywergencja rozwoju, inaczej określana jako konwergencja ujemna,

odgrywa, zasadniczą rolę w analizach ekonomiczno-społecznych i stanowi ważną podstawę dla polityki każdego kraju, a także dla Unii Europejskiej.

Podstawą analizy konwergencji rozwoju są informacje dotyczące regionalnych wartości PKB *per capita* w długim okresie czasu i właśnie krótkie szeregi czasowe (dopiero od 2000 roku dysponujemy w Polsce regionalnymi wartościami PKB) stanowią przeszkodę w aplikacji znanych w literaturze metod określania konwergencji.

Podstawą teorii konwergencji rozwoju regionalnego jest hipoteza o ujemnej zależności między tempem wzrostu a początkowym stanem rozwoju regionu – im wyższy jest początkowy poziom rozwoju, tym niższe tempo wzrostu, i odwrotnie. Jest to tak zwana β konwergencja. W odróżnieniu od β konwergencji, bada się również σ konwergencję, a więc zmniejszanie się w czasie wariancji wartości dochodów (zazwyczaj PKB między regionami). Warto podkreślić, iż występowanie β konwergencji jest warunkiem koniecznym, ale niedostatecznym zaistnienia σ konwergencji. Istnieje wiele opracowań poświęconych weryfikacji hipotezy o konwergencji rozwoju (m.in. Islam, 2003; Le Gallo, Ertur, Baumont, 2003; Niebuhr, Schlitte, 2004; Lopez-Bazo, Vaya, Artis, 2004; Paas, Schlite, 2008). Szczególnie przydatna jest praca Islama (2003), zawierająca omówienie literatury dotyczącej metodologii badania procesów rozwoju regionów.

Rozdział składa się z trzech części. W pierwszej przedstawiono zastosowane metody analizy i przyjęte założenia. Druga zawiera wyniki badań empirycznych wykorzystujących informacje statystyczne z „Roczników Statystycznych Województw”. W trzeciej zawarte są wnioski odnoszące się do zastosowanych metod, jak też wnioski wskazujące na konieczność zmian w polityce regionalnej.

2. Metody PKB czy analiza wielowymiarowa?

Ostatnio ekonomiści dyskutują, czy kategoria PKB jest odpowiednim wskaźnikiem rozwoju ekonomicznego, a nawet wzrostu (np. Stiglitz, Fitoussi, Durand, 2018). Głównym powodem takich wątpliwości są: zależność PKB od stopnia kooperacji w obrębie każdej gospodarki, relacje cen różniące się

w poszczególnych krajach i trudności z eliminacją tych różnic, nieuwzględnianie jakości środowiska naturalnego zazwyczaj ujemnie skorelowanego z poziomem PKB oraz konieczność włączenia pewnych kategorii społecznych istotnych dla rozwoju ekonomicznego. Wzrost gospodarczy jest oczywiście warunkiem koniecznym dla rozwoju, ale jednak warunkiem niedostatecznym. Rozwój powinien być reprezentowany przez zbiór wskaźników i stąd powinny być zastosowane metody analizy wielowymiarowej.

Wyniki wielowymiarowej analizy porównawczej zależą od zastosowanej metody oraz zbioru wykorzystanych wskaźników. Stąd też konieczna jest aplikacja wybranej jednej metody i stałego zbioru wskaźników w analizach porównawczych między krajami czy regionami, a także w przypadku badania zmian w czasie.

W niniejszym artykule wykorzystano zarówno kategorię PKB *per capita* jako jedyne go wskaźnika charakteryzującego poziom rozwoju regionów, jak i zaproponowaną przez autorkę miarę podobieństwa i metodę odległości od wzorca (por. Strahl, 1978), której wyniki z powodu ograniczenia rozmiarów tekstu przedstawione zostały jedynie we wnioskach. Porównanie oszacowanych funkcji trendu dla 16 województw umożliwiło również sformułowanie wniosków dotyczących charakteru rozwoju regionalnego Polski.

Zaproponowana przez autorkę miara podobieństwa jest przekształconą formą niedokładności informacyjnej, którą Theil (1961) zastosował do porównania dwóch struktur. Miarę podobieństwa stosowano w procesie doboru zmiennych objaśniających w modelach ekonometrycznych jedno i wielorównaniowych z dobrymi rezultatami (por. Kudrycka, 1984). Niedokładność informacyjna opisana jest poniższym równaniem:

$$I(Y : X) = \sum_{i=1}^n y_i \log \frac{y_i}{x_i}, \quad (1)$$

gdzie: x_i jest częstością struktury idealnego wzorca w i -tym regionie, y_i jest częstością struktury rozpatrywanej zmiennej w i -tym regionie.

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad \sum_{i=1}^n y_i = 1 \quad i = 1, 2, \dots, 16$$

Wartość niedokładności informacyjnej $I(Y : X)$ jest równa zero, gdy odpowiednie frakcje obydwu rozkładów są sobie równe, a więc kiedy $y_i = x_i$ dla wszystkich $i = 1, \dots, 16$.

Nie można natomiast ustalić maksymalnej wartości $I(Y : X)$, ponieważ wartość wyrażenia $y_i \log \frac{y_i}{x_i} \rightarrow \infty$, jeżeli dla ustalonego y_i mamy $x_i \rightarrow 0$

Po unormowaniu miary niedokładności informacyjnej w następujący sposób:

$$P(Y : X) = \frac{1}{1 + I(Y : X)} \quad (2)$$

otrzymujemy miarę podobieństwa $P(Y : X)$.

W przypadku całkowitej zgodności struktur ($y_i = x_i$) dla wszystkich i mamy $P(Y : X) = 1$. Natomiast w przypadku kiedy $I(Y : X) \rightarrow \infty$, a więc kiedy rozbieżności między strukturami są duże, miara podobieństwa $P(Y : X) \rightarrow 0$.

Można zatem przyjąć, iż porównanie rozkładu według województw wybranej zmiennej Y z rozkładem „idealnym”, stanowiącym rozkład ustalonego wzorca X według województw i określenie miary podobieństwa $P(Y : X)$ umożliwia analizowanie odległości tej zmiennej od wzorca, wyrażone w jednostkach informacyjnych na przykład bitach. Jeżeli więc określimy miary podobieństwa w kolejnych latach, to porównanie ich wartości pozwoli sformułować wnioski odnośnie do występowania lub braku konwergencji. I tak, zbliżanie się miar podobieństwa do jedności, a więc uzyskanie rosnących miar podobieństwa w kolejnych latach, oznacza zwiększanie się podobieństwa rozkładu rozpatrywanej zmiennej do rozkładu wzorca, co świadczy o występowaniu konwergencji. Natomiast w przypadku malejących w czasie miar podobieństwa można wnioskować o występowaniu procesu przeciwnego, a więc dywergencji.

Powyższy metoda badania konwergencji ma pewne zalety, a mianowicie można analizować konwergencję w wybranych obszarach, a nawet ze względu na poszczególne zmienne. Wadą natomiast jest ustalenie *a priori* idealnego wzorca, a więc w tym przypadku idealnej struktury stanowiącej punkt odniesienia dla rozkładu wartości zmiennych między województwami. Wzorce powinny być względnie stałe w czasie, albowiem zmiany miar podobieństwa

w kolejnych latach są podstawą wnioskowania o występowaniu konwergencji rozwoju regionów lub jej braku, zaś w przypadku zmian w rozkładach wzorców nie można byłoby dokonywać porównań w czasie. Zaletą tej metody jest również jej prostota, możliwość stosowania w przypadku braku długich szeregów czasowych.

Najprostszym sposobem określenia idealnej struktury podziału jest przyjęcie rozkładu zaludnienia w odniesieniu do zmiennych charakteryzujących kapitał ludzki, wielkości opisujących aktywność ekonomiczną i efekty tej działalności oraz rozkładu powierzchni poszczególnych regionów jako wzorca odniesienia dla infrastruktury i zanieczyszczeń środowiska. Takie same rodzaje odniesienia są stosowane przy obliczaniu wskaźników natężenia czy miar efektywności, ale też zmiany tych wskaźników w czasie nie umożliwiają wnioskowania o występowaniu lub braku konwergencji rozwoju regionów. Oczywiście można również opracować inne wzorce porównawcze na podstawie skomplikowanych procedur, ale na początek wykorzystanie zaproponowanych struktur porównawczych wydaje się być wystarczające.

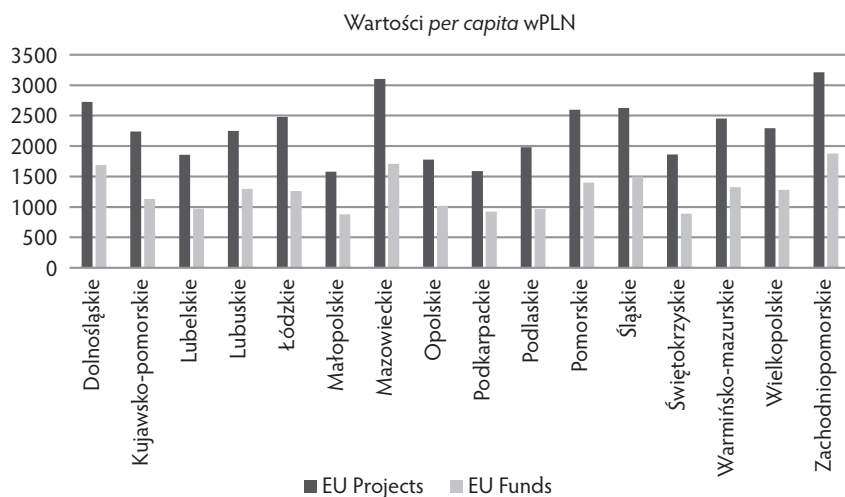
3. Analiza absorpcji funduszy unijnych

Regionalny podział Funduszy Unijnych i realizowanych w poszczególnych regionach projektów jest niezwykle ważny ze względu na znaczące różnice rozwoju między regionami, szczególnie tzw. ścianą wschodnią i regionami zamożnymi. Komisja Europejska utworzyła nawet specjalny program dla województw lubelskiego, podkarpackiego, podlaskiego, świętokrzyskiego i warmińsko-mazurskiego, ale są to środki niewielkie.

Absorpcja funduszy unijnych odbywała się w trzech perspektywach czasowych o różnej długości: 2004–2006, 2007–2013 i 2014–2020. Warto podkreślić, że rozkład wartości projektów unijnych i funduszy jest podobny do rozkładu PKB *per capita*, co oznacza uprzywilejowanie regionów o wyższym poziomie rozwoju.

Regionalny rozkład ogólnej wartości projektów i Funduszy Unijnych w przeliczeniu na mieszkańca w trzech perspektywach czasowych jest prezentowany na wykresach 1–3.

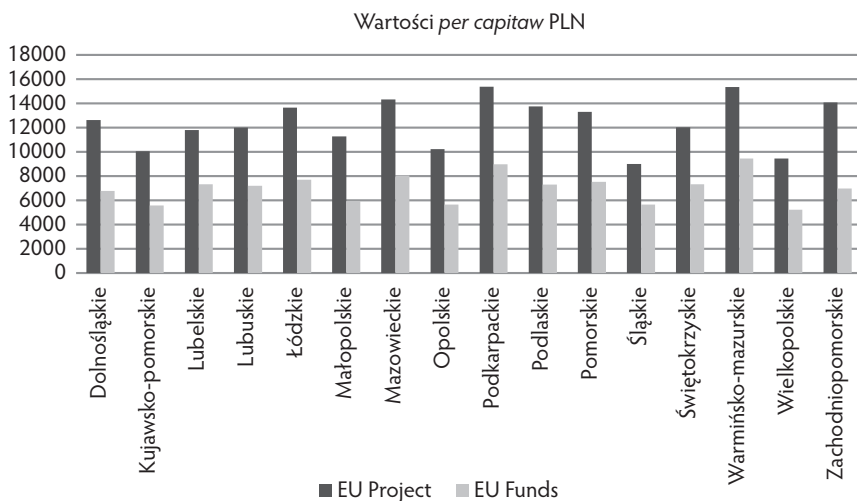
Wykres 1. Regionalne wartości projektów i funduszy unijnych *per capita* w perspektywie 2004–2006 (stan w dniu 30.06.2011)



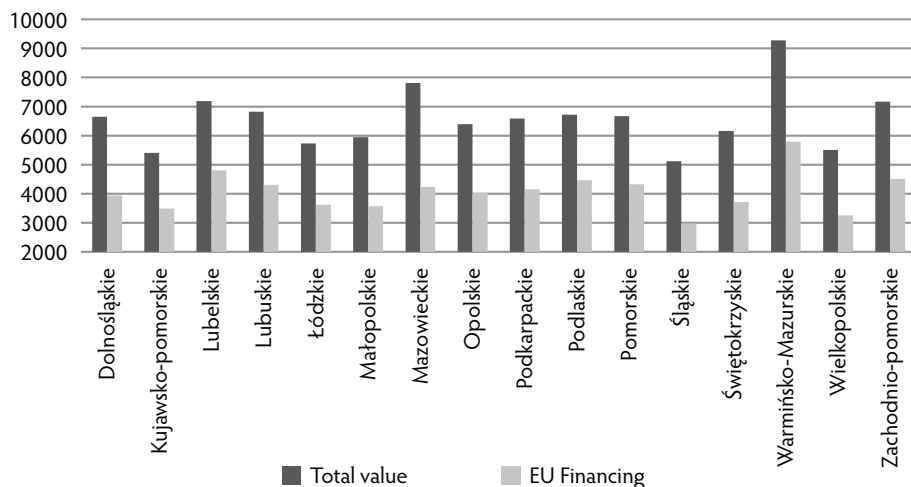
Źródło: opracowanie własne.

Województwa lubelskie, małopolskie, podkarpackie i świętokrzyskie uzyskały z funduszy unijnych mniej niż 1000 PLN na mieszkańca, podczas gdy województwa dolnośląskie, mazowieckie i zachodniopomorskie więcej niż 1500 PLN.

W drugiej perspektywie czasowej wartości projektów były również zróżnicowane, ale dla niektórych województw słabiej rozw

Wykres 2. Regionalne wartości projektów i funduszy unijnych *per capita* w perspektywie 2007–2013 (stan w dniu 30.12.2016)

Źródło: opracowanie własne.

Wykres 3. Regionalne wartości projektów i funduszy unijnych *per capita* w perspektywie 2014–2020 w PLN (stan w dniu 30.12.2017)

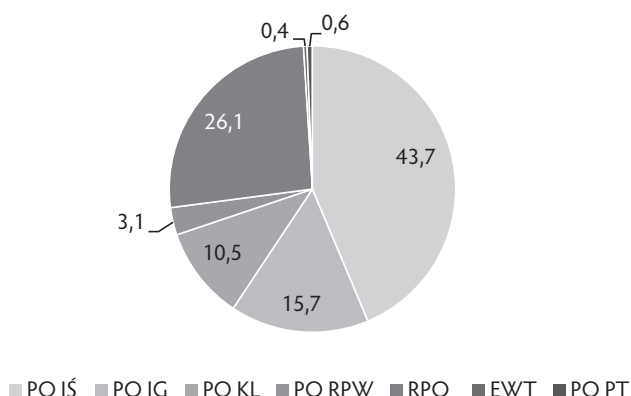
Trzecia perspektywa finansowa (por. wykres 3) jeszcze trwa, ale z danych dostępnych na koniec 2017 roku wynika, iż najwyższe wartości projektów i finansowania pozyskały województwa warmińsko-mazurskie i mazowieckie, a najniższe śląskie, kujawsko-pomorskie i wielkopolskie. Poprawiła się również pozycja województwa lubelskiego zarówno w przypadku wartości projektów, jak i wartości funduszy unijnych. Sytuacja może ulec zmianie po akceptacji zakończonych projektów i całkowitym rozliczeniu funduszy.

Wartość całkowita projektów i dofinansowania z funduszy strukturalnych i Funduszu Spójności została podzielona na programy operacyjne: Infrastruktura i Środowisko (PO IS), Innowacyjna Gospodarka (PO IG), Kapitał Ludzki (PO KL), Rozwój Polski Wschodniej (PO RPW), Regionalne Programy Operacyjne (RPO), Europejska Współpraca Terytorialna (EWT) i Pomoc Techniczna (PO PT).

Na wykresach 4 i 5 zamieszczono strukturę podziału wartości projektów i dofinansowania w drugiej perspektywie czasowej. Największy udział zarówno w wartości projektów, jak i dofinansowaniu mają programy operacyjne Infrastruktura i Środowisko oraz Regionalne programy operacyjne. Znaczący jest też udział programów Innowacyjna Gospodarka i Kapitał Ludzki.

Wykres 4. Struktura podziału wartości projektów w drugiej perspektywie

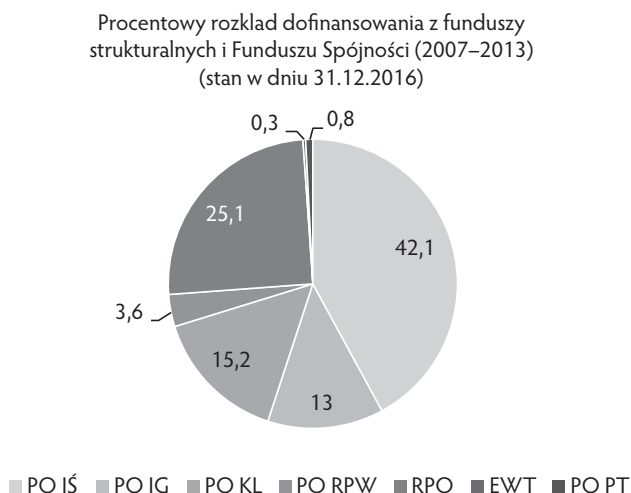
Procentowy rozkład wartości projektów finansowanych
z funduszy strukturalnych i Funduszu Spójności (2007–2013)
(stan w dniu 31.12.2016)



Źródło: opracowanie własne.

W trzeciej perspektywie zmieniono nazwy niektórych programów na „Inteligentny Rozwój” (PO IR), „Wiedza-Edukacja-Rozwój” (PO WER), „Polska Cyfrowa” (PO PC).

Wykres 5. Struktura podziału funduszy europejskich w drugiej perspektywie



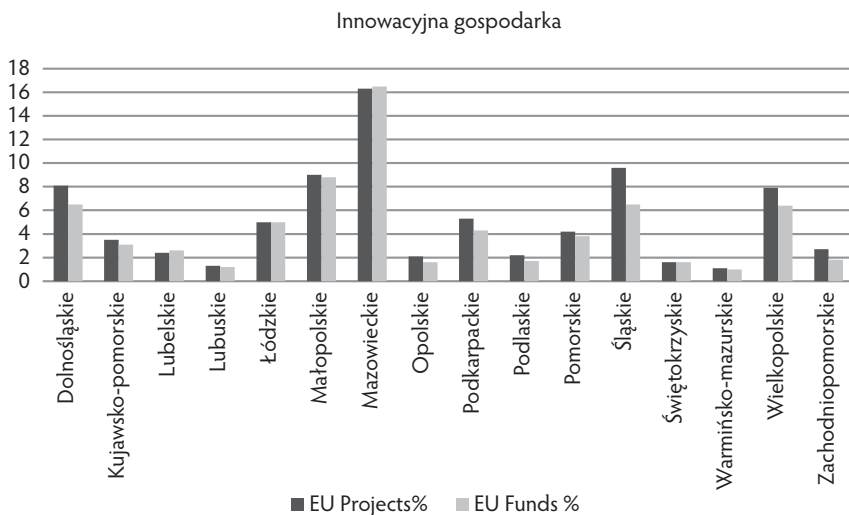
Źródło: opracowanie własne.

W trzeciej perspektywie czasowej (2014–2020) nie nastąpiły znaczące zmiany w strukturze podziału środków.

Program operacyjny „Innowacyjna Gospodarka” w perspektywie 2007–2013, a w perspektywie 2014–2020 PO „Inteligentny Rozwój” ma szczególne znaczenie dla inwestycji przedsiębiorstw w nowoczesne techniki i technologie. Procentowy podział tego funduszu między regionami jest przedstawiony na wykresie 6.

Międzyregionalne różnice w absorpcji tego funduszu są bardzo duże: od 1,1% ogólnej wartości projektów dla Polski w warmińsko-mazurskim, 1,3% w lubelskim, 1,6% w świętokrzyskim, do 16,3% w mazowieckim. Na tak duże różnice ma wpływ zarówno skala, jak i aktualny poziom rozwoju regionu.

Wykres 6. Struktura podziału wartości projektów i funduszy europejskich między regionami w latach 2007–2014, Polska=100 (stan w dniu 31.12.2017)



Źródło: opracowanie własne.

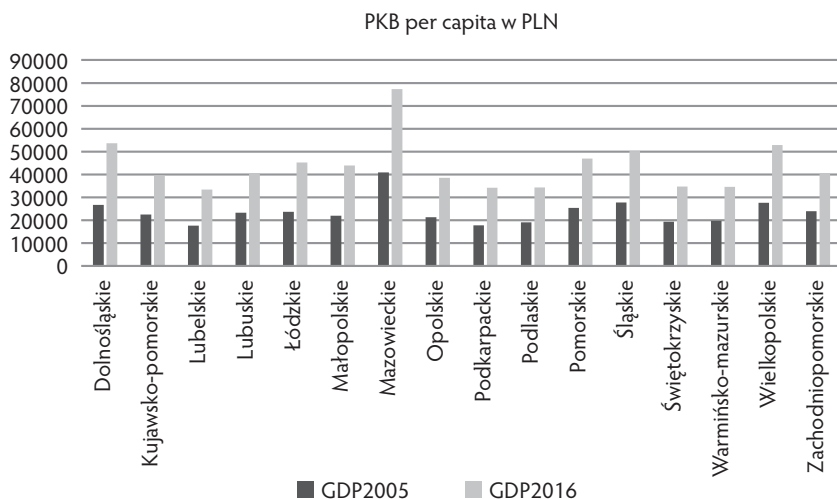
3. Analiza regionalnych wartości PKB *per capita* w latach 2005–2016

Rozkład wartości PKB między regionami w latach 2005 i 2016 jest przedstawiony na wykresie 7.

Regionalne zróżnicowanie wartości PKB na mieszkańca jest duże i nie uległo znaczącym zmianom w 2016 roku, w porównaniu z rokiem 2005. Województwo mazowieckie osią

wartości PKB dotyczą województw: lubelskiego (minimum), podkarpackiego, świętokrzyskiego i warmińsko-mazurskiego.

Wykres 7. Wartości PKB *per capita* w złotych, w regionach w latach 2005 i 2016



Źródło: opracowanie własne.

Interesujące jest porównanie zmian w czasie wartości odchylenia standardowego (por

Zwiększające się w czasie wartości odchyłeń standardowych wskazują na brak σ -konwergencji. Stąd też można wnioskować, że absorpcja funduszy europejskich nie zmniejszyła znacząco dysparytetu między regionami Polski.

5. Zmiany wartości miar podobieństwa w latach 2005–2017

Wartości miar podobieństwa obliczono dla 24 wybranych zmiennych charakteryzujących 5 różnych sektorów: kapitał ludzki, gospodarkę, gospodarstwa domowe, infrastrukturę i środowisko naturalne. Obliczono również średnie wartości miar podobieństwa dla każdego sektora i ogólną średnią (wartość średnia ze średnich dla sektorów). Wyniki obliczeń przedstawione są w tabelach 1–5 w załączniku. Poniżej zamieszczony jest wykaz zmiennych oraz wykresy zmian wartości miar podobieństwa dla wybranych zmiennych w latach 2005–2017.

Kapitał ludzki:

1. Zgony niemowląt
2. Urodzenia żywe
3. Uczniowie liceów ogólnokształcących
4. Studenci szkół wyższych
5. Zatrudnieni w sektorze B+R
6. Liczba osób bezrobotnych

Gospodarka:

1. PKB w mln zł
2. Nakłady inwestycyjne przedsiębiorstw w mln zł
3. Wartość brutto środków trwałych w mln zł
4. Liczba podmiotów gospodarczych zarejestrowanych w systemie REGON
5. Nakłady na działalność B+R w tys. zł

Gospodarstwa domowe:

1. Dochody w sektorze gospodarstw domowych w zł
2. Zużycie wody przez gospodarstwa domowe w m³
3. Zużycie elektryczności przez gospodarstwa domowe w Gwh

4. Zużycie gazu przez gospodarstwa domowe w m³
5. Widzowie i słuchacze w teatrach i instytucjach muzycznych w tys.
6. Liczba gospodarstw domowych posiadających komputer z dostępem do szerokopasmowego Internetu

Infrastruktura:

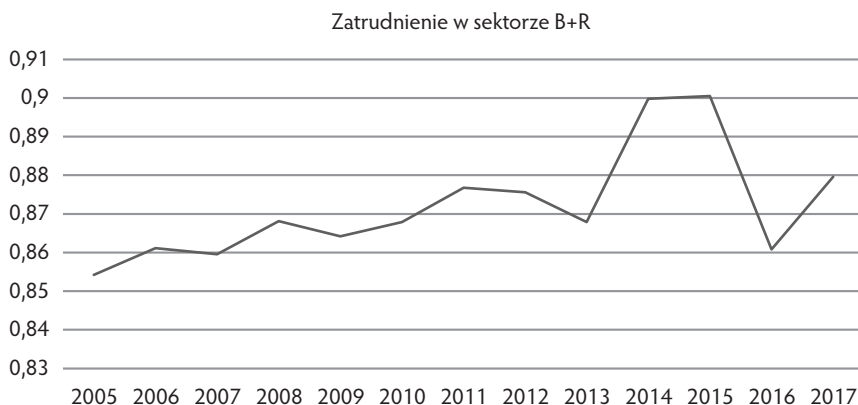
1. Drogi powiatowe o twardej nawierzchni w km
2. Sieć wodociągowa w km
3. Sieć kanalizacyjna w km 4. Sieć gazowa

Środowisko naturalne:

1. Emisja zanieczyszczeń pyłowych z zakładów szczególnie uciążliwych w tys. ton
2. Emisja zanieczyszczeń gazowych z zakładów szczególnie uciążliwych w tys. ton

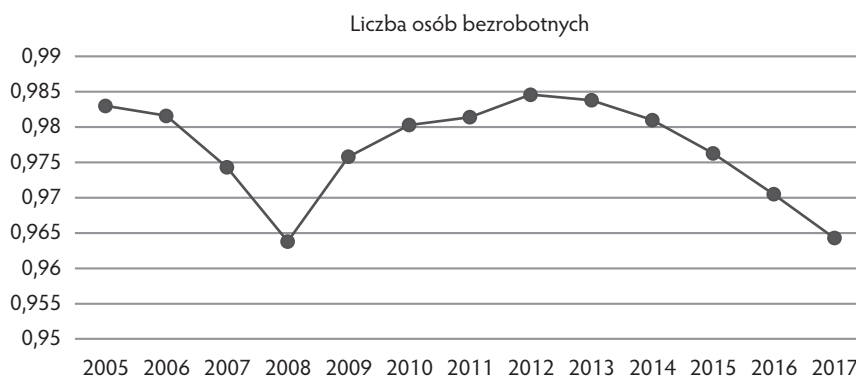
Ze względu na ograniczoną objętość rozdziału na wykresach ilustrujących zmiany wartości miar podobieństwa zamieszczono tylko niektóre zmienne (por. wykresy 9–27).

Wykres 9. Wartości miar podobieństwa dla liczby zatrudnionych w sektorze B+R w latach 2005–2017



istniał proces konwergencji w odniesieniu do tych zmiennych. Natomiast liczbę studentów szkół wyższych i liczbę osób bezrobotnych charakteryzował proces dywergencji.

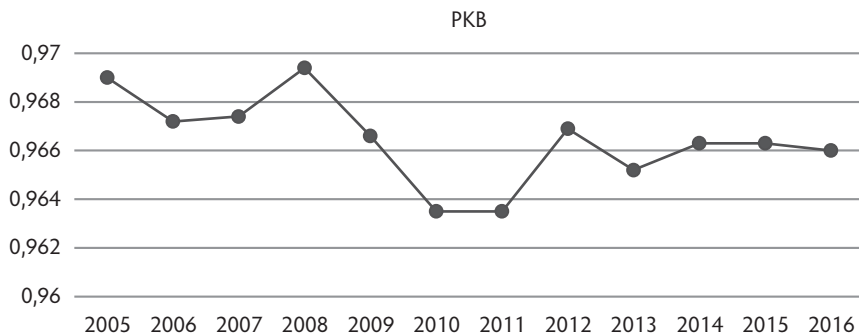
Wykres 10. Wartości miar podobieństwa dla liczby osób bezrobotnych w latach 2005–2017



Źródło: opracowanie własne.

W przypadku wartości średnich miar podobieństwa dla kapitału ludzkiego po trwającym do 2014 roku procesie konwergencji zaobserwowano zmniejszenie się wartości tych średnich powrót do wzrastającej tendencji w 2017 roku.

Wykres 12. Wartości miar podobieństwa dla PKB w latach 2005–2017

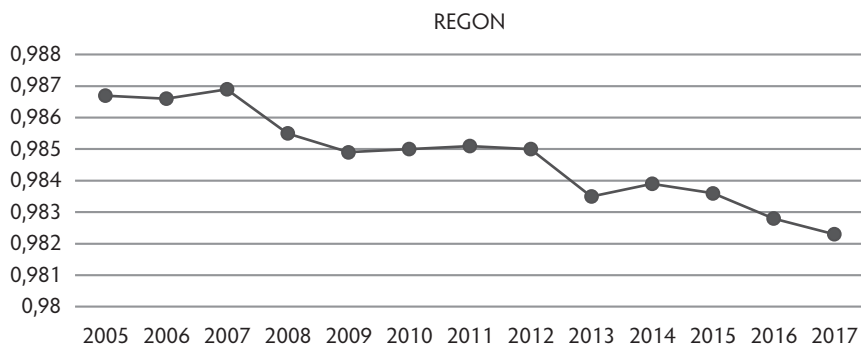


Źródło: opracowanie własne.

Wykres 13. Wartości miar podobieństwa dla inwestycji przedsiębiorstw i majątku trwałego w latach 2005–2017

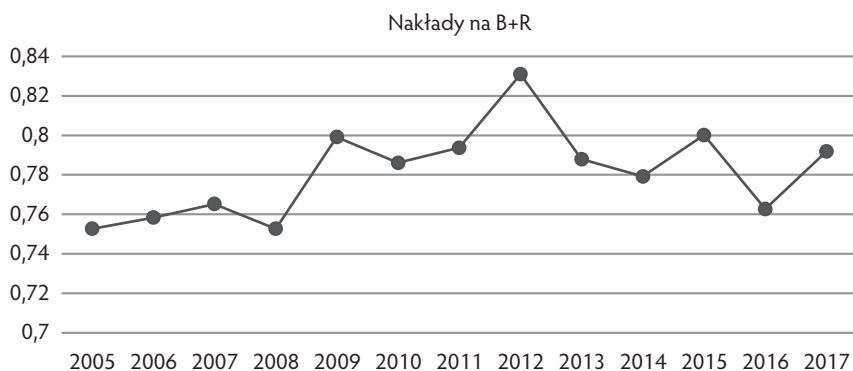
średnich miar dla gospodarki, mimo występowania licznych punktów zwrotnych, wskazują na proces konwergencji.

Wykres 14. Wartości miar podobieństwa dla liczby przedsiębiorstw zarejestrowanych w systemie REGON w latach 2005–2017

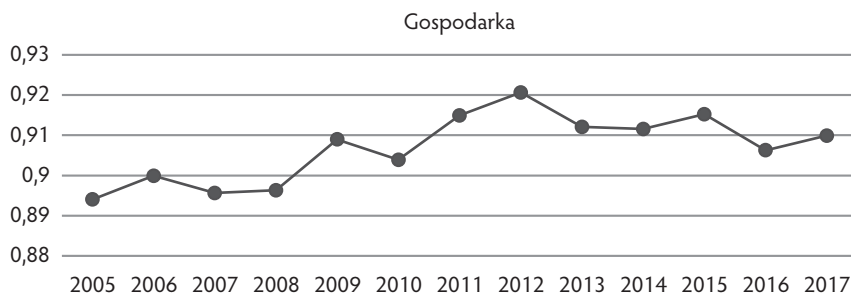


Źródło: opracowanie własne.

Wykres 15. Wartości miar podobieństwa dla nakładów na B+R w latach 2005–2017

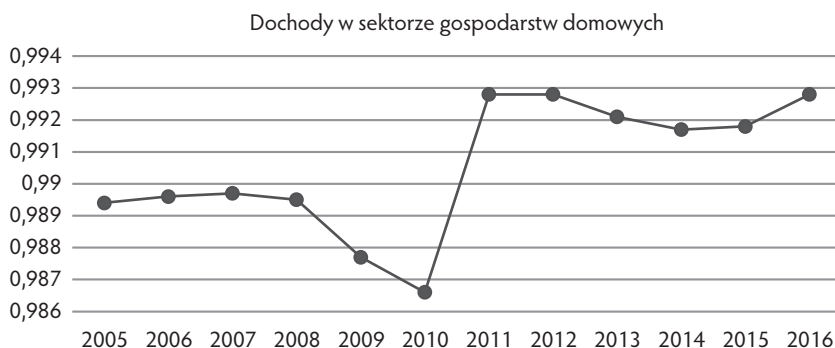


Wykres 16. Wartości średnich miar podobieństwa dla gospodarki w latach 2005–2017

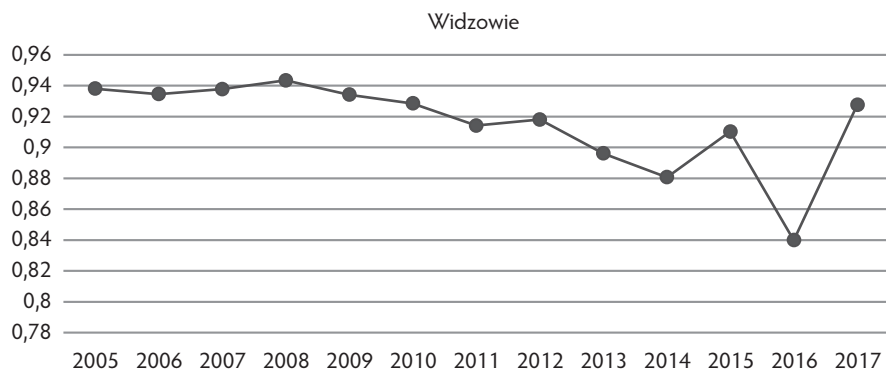


Źródło: opracowanie własne.

Wykres 17. Wartości miar podobieństwa dla dochodów gospodarstw domowych w latach 2005–2017

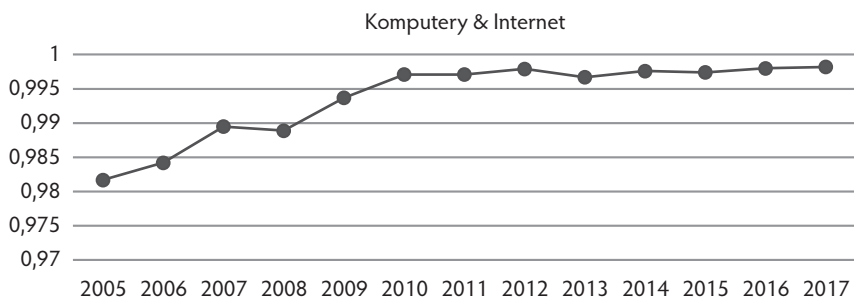


Wykres 18. Wartości miar podobieństwa dla liczby widzów w teatrach i instytucjach muzycznych w latach 2005–2017



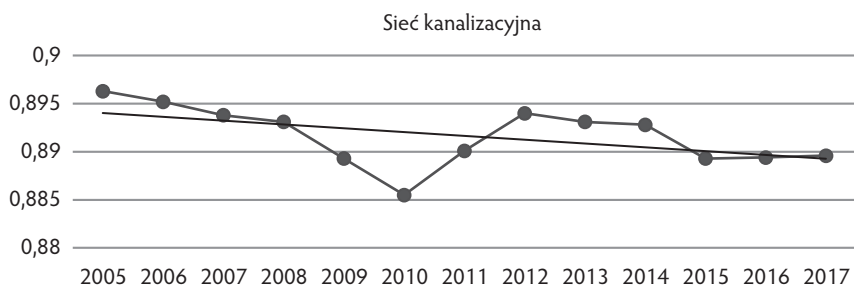
Źródło: opracowanie własne.

Wykres 19. Wartości miar podobieństwa dla liczby komputerów z dostępem do Internetu w gospodarstwach domowych w latach 2005–2017

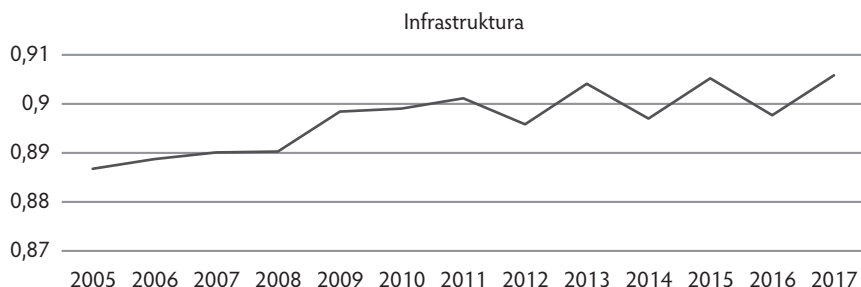


W przypadku zmiennych charakteryzujących infrastrukturę proces dywergencji dotyczy sieci odprowadzania ścieków. Natomiast proces konwergencji jest obserwowany dla sieci gazowej i wartości średnich miar dla infrastruktury.

Wykres 21. Wartości miar podobieństwa dla sieci odprowadzania ścieków w latach 2005–2017

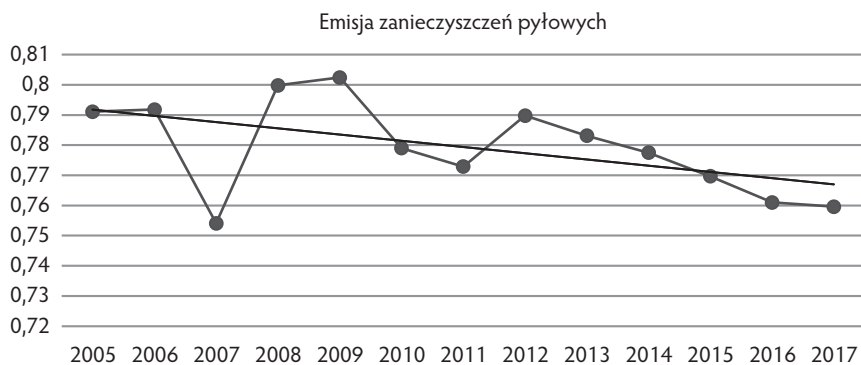


Wykres 23. Wartości średnich miar podobieństwa dla infrastruktury w latach 2005–2017

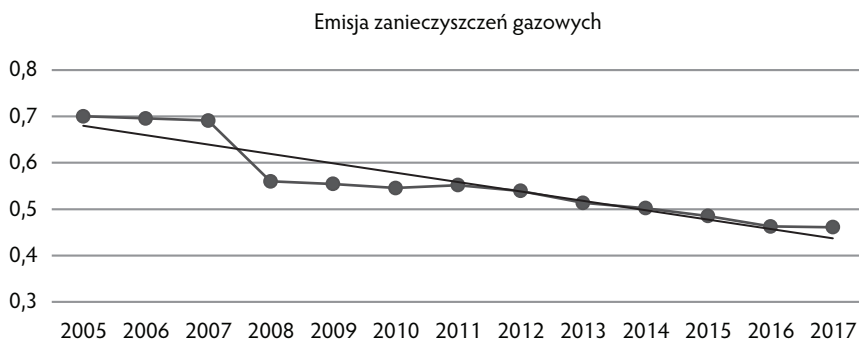


Źródło: opracowanie własne.

Wykres 24. Wartości miar podobieństwa dla emisji zanieczyszczeń pyłowych w latach 2005–2017

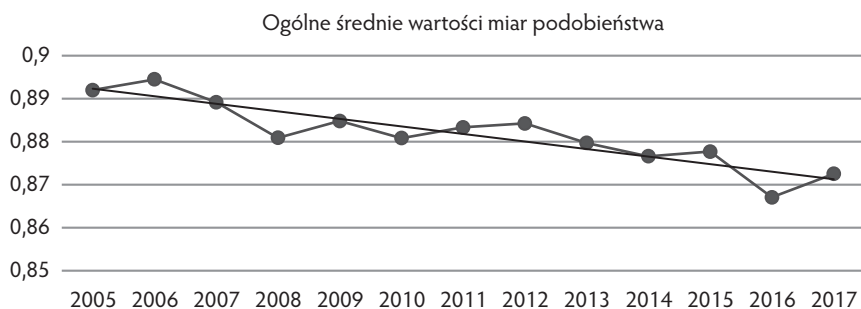


Wykres 25. Wartości miar podobieństwa dla emisji zanieczyszczeń gazowych w latach 2005–2017



Źródło: opracowanie własne.

Wykres 27. Ogólne średnie wartości miar podobieństwa regionów w latach 2005–2017



liczba widzów w teatrach i instytucjach muzycznych (tylko w latach 2013, 2014 i 2016), sieć kanalizacyjna, sieć gazowa, emisja zanieczyszczeń pyłowych, emisja zanieczyszczeń gazowych, a także średnie wartości miar podobieństwa dla infrastruktury, środowiska i ogólnej średniej.

- Proces dywergencji dotyczy tak ważnych zmiennych jak liczba osób bezrobotnych, PKB, inwestycji przedsiębiorstw, liczby podmiotów gospodarczych zarejestrowanych w systemie REGON, liczby widzów w teatrach i instytucjach muzycznych, sieci kanalizacyjnej i obydwu typów zanieczyszczeń.
- Wartości ogólnej średniej miary podobieństwa regionów wskazują na występowanie procesu dywergencji, podobnie jak w przypadku średniej dla kapitału ludzkiego i środowiska. Średnie wartości miar podobieństwa dla gospodarki następnie wskazują na występowanie procesu konwergencji do 2012 roku a następnie procesu dywergencji. W przypadku gospodarstw domowych proces konwergencji obserwowany jest od 2016 roku.
- Występowanie procesu dywergencji nie oznacza zmniejszania się wartości zmiennych, a jedynie zwiększanie się dystansu między regionami o wyższym poziomie rozwoju i regionami słabiej rozwiniętymi.

Bibliografia

- Barro R.J. (1991). *Economic Growth in a Cross Section of Countries*, „The Quarterly Journal of Economics”, vol. 106(2), s. 407–443.
- Barro R.J., Sala-i-Martin X. (1995). *Economic Growth*, McGraw-Hill.
- Barro R.J., Sala-i-Martin X. (1997). *Techn*

- Kudrycka I. (1990). *Możliwości statystycznej oceny postępu naukowo-technicznego i dyfuzji nowoczesnej techniki*, „Z Prac Zakładu Badań Statystyczno-Ekonomicznych”, z. 188.
- Kudrycka I. (1992). *Dyfuzja nowoczesnej techniki i wnioski dla polskiej gospodarki*, „Gospodarka Narodowa”, nr 9, s. 31–33.
- Kudrycka I. (2003). *Działalność badawczo-rozwojowa (B+R) i edukacyjna – metody oceny wpływu na wzrost gospodarczy i zmiany strukturalne*, „Z Prac Zakładu Badań Statystyczno-Ekonomicznych”, z. 288.
- Kudrycka I. (2005). *Czynniki kształtujące wzrost PKB w Polsce*, „Prace i Materiały Wydziału Zarządzania Uniwersytetu Gdańskiego”, nr 1, s. 39–49.
- Le Gallo J., Ertur C., Baumont C. (2003). *A Spatial Econometric Analysis of Convergence Across European Regions, 1980–1995*, w: *European Regional Growth*, B. Fingleton (red.), s. 99–129, Springer.
- Lopez-Bazo E., Vaya E., Artis M. (2004). *Regional Externalities and Growth: Evidence from European Regions*, „Journal of Regional Sciences”, vol. 44(1), s. 43–73.
- Niebuhr A., Schlitte F. (2004). *Convergence, Trade and Factor Mobility in the European Union. Implications for Enlargement and Regional Policy*, „Intereconomics”, vol. 39(3), s. 167–176.
- Paas T., Schlitte F. (2008). *Regional Income Disparities and Spatial Interaction of Regional Convergence Processes*, w: *Recent Development in INFORUM-type modelling*, M. Plich, M. Przybyliński (red.), Łódź: Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego.
- Stiglitz J., Fitoussi J., Durand M. (2018). *Beyond GDP: Measuring What Counts for Economic and Social*

Tabela 1. Miary podobieństwa regionów – kapitał ludzki

Lp.	Zmienne	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
1.	Urodzenia żywe	0,9976	0,9975	0,9972	0,9974	0,9977	0,9976	0,9978	0,9980	0,9975	0,9975	0,9966	0,9963	0,9965
2.	Zgony niemowląt	0,9945	0,9924	0,9861	0,9919	0,9899	0,9937	0,9861	0,9914	0,9955	0,9914	0,9907	0,9923	0,9919
3.	Uczniowie liceów ogólnokształcących	0,9835	0,9953	0,9949	0,9941	0,9926	0,9915	0,9916	0,9913	0,9914	0,9915	0,		

Tabela 2. Miary podobieństwa – gospodarka

Zmienne	Lata												
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
1. PKB (mln zł)	0,9690	0,9672	0,9674	0,9694	0,9666	0,9635	0,9635	0,9669	0,9652	0,9663	0,9663	0,9660	–
2. Nakłady inwestycyjne przedsiębiorstw (mln zł)	0,9381	0,9378	0,9376	0,9432	0,9655	0,9390	0,9559	0,9577	0,9499	0,9521	0,9470	0,9323	0,9328
3. Wartość brutto środków trwałych mln zł	0,9309	0,9350	0,										

